امتحان الفصل النهائي في الرياضيات

للصّف التاسع – 4 وحدات تعليميّة

الاسم: Done by Loor Bathish

الزمن: ساعتان ونصف

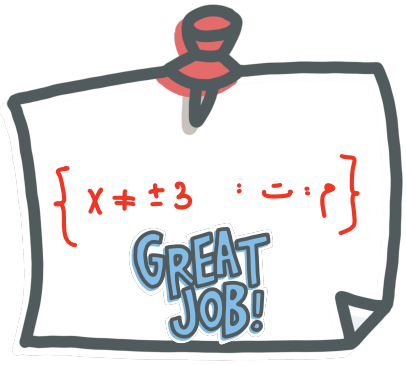
السنة الدراسيّة: 2024 – 2025

القسم الأول: الجبر

(1) استعن بالتحليل الى عوامل وحلّ المعادلة التالية: - (8 علامات)

(لا تنسى سجّل مجال التعويض)

$$\frac{5x+10}{2x+6}-2=\frac{2x+1}{x^2-9}+\frac{x}{6-2x}$$



$$\frac{5(x+2)}{2(x+3)}-2=\frac{2x+1}{(x+3)(x-3)}+\frac{x}{2(3-x)} \quad / \cdot 2(x+3)(x-3)$$

$$5(x+2)(x-3)-4(x+3)(x-3)=2(2x+1)-x(x+3)$$

$$5(x^2-3x+2x-6)-4(x^2-9)=4x+2-x^2-3x$$

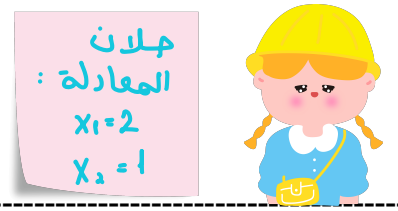
$$5x^2-5x-30-4x^2+36-4x-2+x^2+3x=0$$

$$2x^2-6x+4=0$$

$$2(x^2-3x+2)=0$$

$$2(x-2)(x-1)=0$$

$x_1=2 \quad x_2=1$ ✓ ✓



---

(2) سجّل "**صحيح**" / "**غير صحيح**" وعلل:- (12 علامات)

أ- للقطع المكافئ الذي يقع رأسه في الربع الأول وهو "**مقلوب**" يوجد دائمًا نقطتا تقاطع مع المحور x .

ب- إذا كان لخطين بيانيين لدالتين تربيعيّتين **نفس محور التماثل**، فإن لهما ايضًا نفس النقاط الصفرية.

ج- معطاة **الدالة التربيعية** f(x) التي تحقق f(7) = f(11) = 0 وأيضا f(2)>0

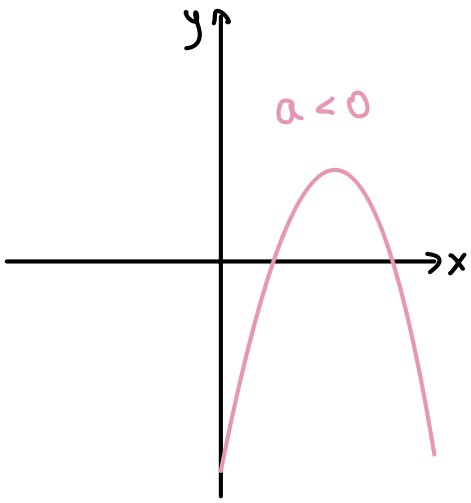
- الدالة f **سالبة** لكل قيم x عندما: 7<x<11
- هل يتحقق: f(15) > f(20)

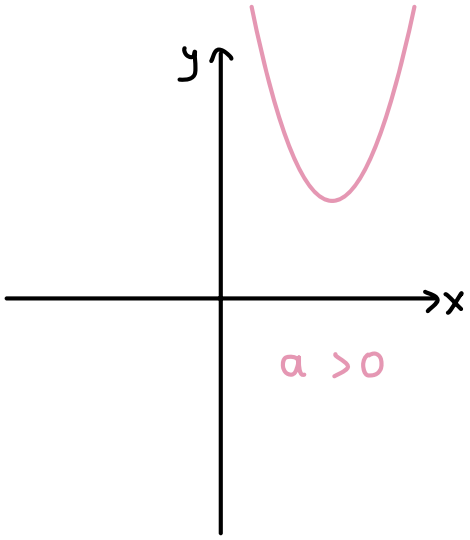
حل السؤال الثاني : ANSWER

أ. صحيح :

نقطة رأس القطع المكافئ تقع في الربع الأوّل .

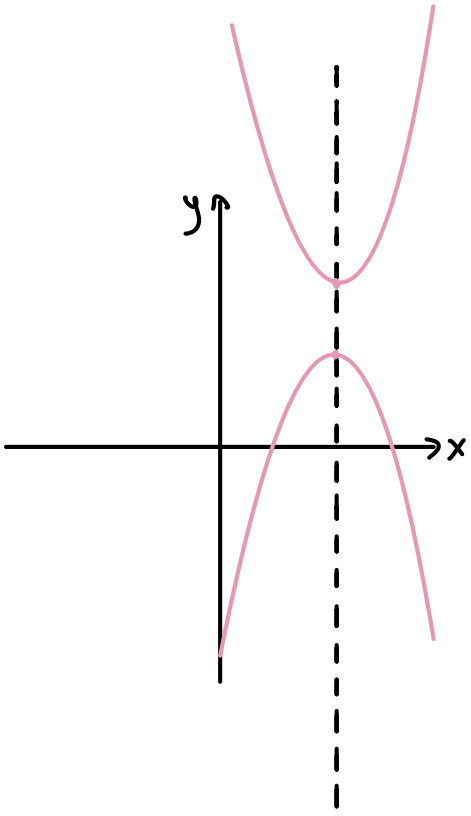
اذًا لدينا المكانيتان :





لكن بما ان القطع المكافئ مقلوب اذًا نقطة الرأس هي نقطة max ويكون للقطع المكافئ نقطتا تقاطع مع المحور X .

ب. غير صحيح .



مثال مضاد

حل النقطة الاولى :

ج . صحيح .

النقاط الصفرية : $(11,0)$ $(7,0)$

$X = \frac{7+11}{2} = \frac{18}{2} = 9$ محور تماثل

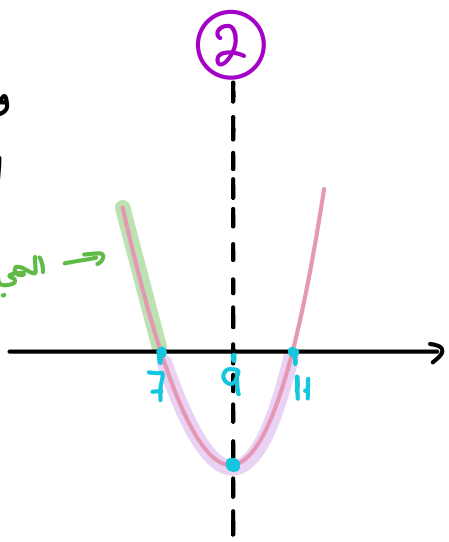
اذاً لدينا امكانيتان . ولكن معطى أن :

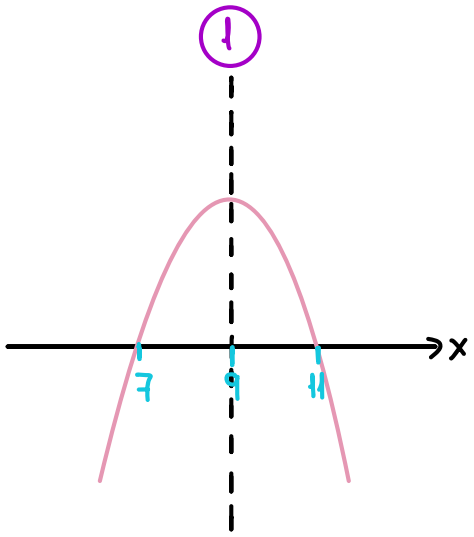
$f(2) > 0$

وبذلك عندما $X<7$ يكون

المجال الموجب للدالة .

المجال الموجب .





اذاً الامكانية ② هي الصحيحة وبذلك الدالة سالبة عندما $7 < X < 11$.

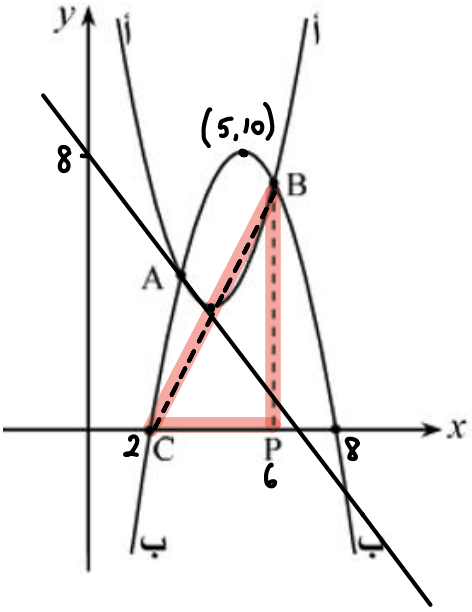
حل النقطة الثانية :

غير صحيح .

لكل $X>9$ الدالة تصاعدية اذا يتحقق :

$f(15) < f(20)$

(3) معطى في الرّسم من الجهة اليسرى الخطان البيانيان للدالتين: (20 علامة)



① $y = -x^2 + 10x - 16$

② $y = x^2 - 8x + 20$

أ- لائم كلّ خط بياني لدالة مناسبة واشرح.

ب- جد نقطتي التقاطع بين القطعين المكافئين

(النقطتان A و B).

ج- جد معادلة المستقيم الذي يمرّ عبر النقطة A

ورأس القطع المكافئ "أ".

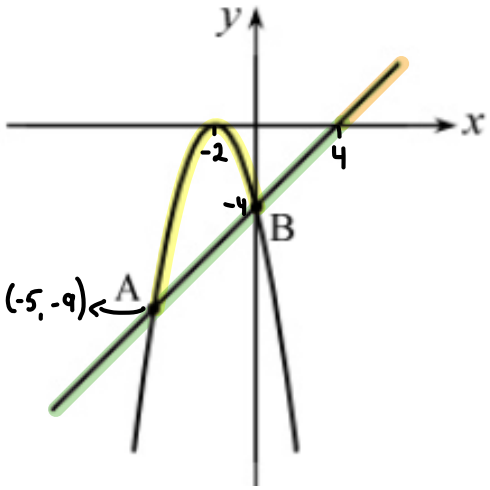
د- كم نقطة تقاطع يوجد للمستقيم $y = 8\frac{1}{2}$ مع القطع المكافئ "ب"؟ اشرح

هـ- من النقطة B أنزلوا عمودًا على المحور x ويقطعه في النقطة P.

احسب مساحة المثلث BPC. بيّن حساباتك

---

(4) أمامك رسم لخطيم بيانيين للدالتين: (12 علامة)



$f(x) = -(x+2)^2$ ← $f(x) = x^2 - 4x - 4$

$g(x) = x - 4$

أ- احسب احداثيات النقطتين A و B.

ب- جد النقطة الصفرية للدالة $g(x)$.

ج- ما هي قيم x التي بالنسبة لها قيم الدالة $f(x)$ موجبة.

د- ما هي قيم x التي بالنسبة لها قيم الدالة $g(x) < 0$.

هـ- لأي قيم x يتحقق: $f(x) > g(x)$.

و- لأي قيم x يتحقق: $f(x) \cdot g(x)$ عدد موجب.

ز- لأي قيم x تكون الدالة $f(x)$ تنازليّة والدالة $g(x)$ تصاعدية.

ANSWER حل السؤال الثالث :

أ. الدالة ① تلائم الخط البياني ⓒ لأن $a<0$ وبذلك القطع المكافئ مقلوب .

الدالة ② تلائم الخط البياني ① لأن $a>0$ وبذلك القطع المكافئ قائم .

ب.

$-x^2+10x-16 = x^2-8x+20$

$-2x^2+18x-36=0 \;/:(-2)$

$x^2-9x+18=0$

$(x-6)(x-3)=0$

$x_1=6 \qquad x_2=3.$

$y_1 = 6^2-8\cdot 6+20 = 36-48+20 = 8$

$B(6,8)$

$y_2 = 3^2-8\cdot 3+20 = 9-24+20 = 5$

$A(3,5)$

ج.

$y = x^2-8x+20$

نجد نقطة رأس القطع المكافئ ①

$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2\cdot 1} = 4$

$y_{\text{رأس}} = 4^2-8\cdot 4+20$

$= 16-32+20 = 4$

$(4,4)$

$y = mx+b$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-5}{4-3} = -1$

$y = -x+b$

نعوّض $(4,4)$ ونجد الـ b .

$4 = -4+b$

$8 = b$

معادلة المستقيم المطلوب :

$y = -x+8.$

د. نجد احداثيات نقطة الرأس :

$$y = -x^2 + 10x - 16$$

$x_{\text{رأس}} = \frac{-10}{2 \cdot (-1)} = \frac{-10}{-2} = 5$ ← $y_{\text{رأس}} = -5^2 + 10 \cdot 5 - 16$

$y = -25 + 50 - 16 = 9$

↓

$(5, 9)$

↓

يوجد نقطتا تقاطع رزن المستقيم تحت نقطة الرأس و القطع المكافئ مقلوب .

ه. $0 = -x^2 + 10x - 16 \;/ : (-1)$

$x^2 - 10x + 16 = 0$

$(x-8)(x-2) = 0$

↓ ↓

$x_1 = 8$ $x_2 = 2$

النقاط الصفرية $(8,0)$ $C(2,0)$

⇓

$$S_{\triangle BPC} = \frac{4 \cdot 8^4}{\frac{2}{1}} = 16$$

وحدة مساحة !

حل السؤال الرابع : ANSWER

أ. $x(x+5)=0$

$x_1=0 \quad x_2=-5$

$-x^2-4x-4=x-4$

$-x^2-5x=0 \;/:(-1)$

$x^2+5x=0$

$y_1=0-4=4 \rightarrow B(0,-4)$

$y_2=-5-4=-9 \rightarrow A(-5,-9)$

ب. النقطة الصغرية $(4,0)$

$0=x-4$

$x=4$.

ج. لا يوجد.

الدالة $f(x)$ دائمًا سالبة ما عدا $x=-2$.

د. $x<4$

هـ. $-5<x<0$

و. نجد نقطة رأس القطع المكافئ

$x_{\text{رأس}}=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-4)}{2\cdot(-1)}=-2$

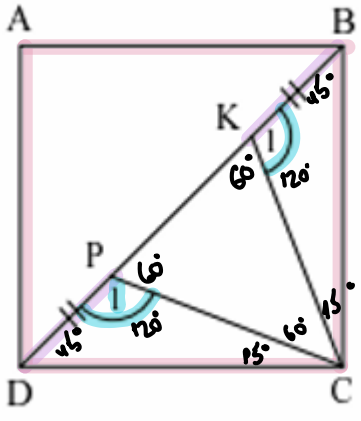
$(-2,0)$

$x<4$ بحيث $x\neq-2$.

يمكن هكذا ايضًا $-2>x>4$ أو $x<-2$.

ز. $x>-2$

القسم الثاني: الهندسة



(1) الشكل الرباعي ABCD هو مربع. (11 علامات)

P و K نقاط على القطر BD.

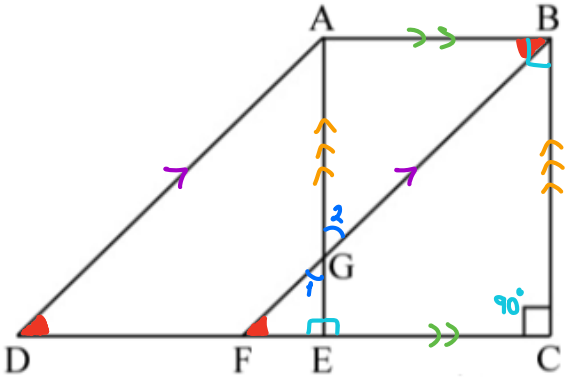
معطى: PD = KB ، $\measuredangle DPC = \measuredangle CKB$

أ- برهن: $\Delta BKC \cong \Delta DPC$

ب- بيّن أن ΔCKP هو مثلث متساوي السّاقين.

ج- معطى: $\measuredangle DPC = 120^0$

احسب مقدار زوايا المثلث PDC



(2) ABCD هو شبه منحرف قائم الزاوية

$\measuredangle C = 90^0$ ، $AB \parallel DC$

معطى أن: $BF \parallel AD$

$AE \parallel BC$

النقطة G هي نقطة التقاطع بين AE و BF.

برهن: (12 علامة)

أ- الشكل الرباعي ABCE هو مستطيل.

ب- $\measuredangle D = \measuredangle ABF$

ج- $\Delta FGE \sim \Delta BGA$

القسم الثاني هندسة : السؤال الأوّل :

ANSWER

أ. المطلوب برهان : $\Delta BKC \cong \Delta DPC$

البرهان : ض $DC = BC$ (ضلعان في مربع معطى).

ز $\measuredangle PDC = \measuredangle KBC$ (قطر المربع تنصف زوايا).

ض $PD = KB$ (معطى)

↓

حسب نظرية التطابق ض . ز . ض

↓

$\Delta BKC \cong \Delta DPC$ وهو المطلوب ✍

ب. $PC = KC$ (من التطابق في بند "أ").

↓

حسب نظرية: المثلث الذي فيه ضلعان متساويان هو مثلث متساوي الساقين.

↓

ΔCKP مثلث متساوي الساقين

ج. $\measuredangle PDC = 45^\circ$ (قطر المربع تنصّف زوايا . $90^\circ : 2 = 45^\circ$).

$\measuredangle PCD = 180^\circ - (120^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$ (مجموع زوايا المثلث 180°).

↓

مقادير زوايا المثلث ΔPDC :

$120^\circ , 45^\circ , 15^\circ$.

ملاحظة :

يوجد الحانيات أخرى للحل.

القسم الثاني هندسة : السؤال الثاني :

ANSWER

ملاحظة

هنالك أكثر من طريقة للحل.

أ. المطلوب برهان : ABCE مستطيل .

البرهان :

$\measuredangle C = 90^\circ$ (معطى)

$\measuredangle B = 90^\circ$ (مجموع الزاويتين بجانب كل واحد من ساقي شبه المنحرف 180)

$\measuredangle C = \measuredangle AED = 90^\circ$ (زوايا متناظرة متساوية AE ∥ BC)

↓

حسب التعريف: المتكامل الرباعي الذي فيه 3 زوايا قائمة هو مستطيل.

↓

ABCE مستطيل.

وهو المطلوب ✓.

ب. البرهان :

$\measuredangle D = \measuredangle BFC$ (زوايا متناظرة متساوية AD ∥ BF).

$\measuredangle ABF = \measuredangle BFC$ (زوايا متبادلة متساوية AB ∥ DC).

↓ تعويض

$\measuredangle D = \measuredangle ABF$

وهو المطلوب ✓.

ج. البرهان :

$\measuredangle G_1 = \measuredangle G_2$ (زوايا متقابلة بالرأس متساوية).

$\measuredangle GFE = \measuredangle ABG$ (زوايا متبادلة متساوية AB ∥ DC).

↓

حسب نظرية ز.ز

↓

$\Delta FGE \sim \Delta BGA$

وهو المطلوب ✓.