حلّ اختبار في التحليل إلى عوامل

السؤال 1 حلّل إلى عوامل التعابير التالية:

1) $12a^2 - 3a$

العامل المشترك الأكبر: $3a$

$$12a^2 - 3a = 3a\cdot 4a - 3a\cdot 1$$
$$= 3a(4a - 1)$$

الناتج: $\mathbf{3a(4a - 1)}$

2) $20b^2 - 15b^3 + 10b^4$

العامل المشترك الأكبر: $5b^2$

$$= 5b^2\cdot 4 - 5b^2\cdot 3b + 5b^2\cdot 2b^2$$
$$= 5b^2(4 - 3b + 2b^2)$$

الناتج: $\mathbf{5b^2(4 - 3b + 2b^2)}$

3) $-24y^2 + 8y^4 - 16y^3$

نرتّب حسب القوى، والعامل المشترك الأكبر: $8y^2$

$$8y^4 - 16y^3 - 24y^2$$
$$= 8y^2(y^2 - 2y - 3)$$

يكفي هذا الناتج، ويمكن متابعة تحليل الثلاثي:

$$(-3) + 1 = -2 \quad ، \quad -3 = (-3)\cdot 1$$
$$y^2 - 2y - 3 = (y - 3)(y + 1)$$

الناتج: $\mathbf{8y^2(y - 3)(y + 1)}$

4) $a^2 + 5a + 3a + 15$

تجميع: نُخرج عاملاً مشتركاً من كلّ زوج

$$(a^2 + 5a) + (3a + 15)$$
$$= a(a + 5) + 3(a + 5)$$
$$= (a + 5)(a + 3)$$

الناتج: $\mathbf{(a + 5)(a + 3)}$

5) $a^2 - 7a - 2a + 14$

تجميع: نُخرج عاملاً مشتركاً من كلّ زوج

$$(a^2 - 7a) + (-2a + 14)$$
$$= a(a - 7) - 2(a - 7)$$
$$= (a - 7)(a - 2)$$

الناتج: $\mathbf{(a - 7)(a - 2)}$

6) $1 - 9x^2$

فرق مربّعين:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
$$1 - 9x^2 = 1^2 - (3x)^2$$
$$= (1 - 3x)(1 + 3x)$$

الناتج: $\mathbf{(1 - 3x)(1 + 3x)}$

7) $4a^2 + 20a + 25$

مربّع كامل:

$$4a^2 = (2a)^2 \qquad 25 = 5^2$$

فحص الحدّ الأوسط:

$$2\cdot 2a\cdot 5 = 20a \quad ✓$$

الناتج: $\mathbf{(2a + 5)^2}$

8) $49a^2 - 42a + 9$

مربّع كامل (الحدّ الأوسط سالب):

$49a^2 = (7a)^2 \quad 9 = 3^2$

فحص الحدّ الأوسط:

$2 \cdot 7a \cdot 3 = 42a$ ✓

الناتج: $\mathbf{(7a - 3)^2}$

9) $9a^4 + 6a^2b + b^2$

مربّع كامل:

$9a^4 = (3a^2)^2 \quad b^2 = (b)^2$

فحص الحدّ الأوسط:

$2 \cdot 3a^2 \cdot b = 6a^2b$ ✓

الناتج: $\mathbf{(3a^2 + b)^2}$

10) $9a^2 - 16$

فرق مربّعين:

$9a^2 - 16 = (3a)^2 - 4^2$

$= (3a - 4)(3a + 4)$

الناتج: $\mathbf{(3a - 4)(3a + 4)}$

11) $x^2 + 6x + 5$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$5 = 1 \cdot 5$ ، $1 + 5 = 6$

الناتج: $\mathbf{(x + 1)(x + 5)}$

12) $x^2 + 9x + 20$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$20 = 4 \cdot 5$ ، $4 + 5 = 9$

الناتج: $\mathbf{(x + 4)(x + 5)}$

13) $x^2 - 2x - 15$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$-15 = (-5) \cdot 3$ ، $(-5) + 3 = -2$

الناتج: $\mathbf{(x - 5)(x + 3)}$

14) $x^2 - 7x + 10$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$10 = (-2) \cdot (-5)$ ، $(-2) + (-5) = -7$

الناتج: $\mathbf{(x - 2)(x - 5)}$

15) $x^2 + 11x + 24$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$24 = 3 \cdot 8$ ، $3 + 8 = 11$

الناتج: $\mathbf{(x + 3)(x + 8)}$

16) $x^2 + 3x - 70$

عددان: ضربهما = الحدّ الحرّ، وجمعهما = معامل x

$-70 = 10 \cdot (-7)$ ، $10 + (-7) = 3$

الناتج: $\mathbf{(x + 10)(x - 7)}$