من دالة تربيعيّة إلى معادلة تربيعيّة

للصّف التاسع

نسمّي نقاط تقاطع الخط البياني لدالة معطاة مع محور x النقاط القريّة للدالة.

يمكن إيجاد احداثيات النقاط الصفريّة للدالة بمساعدة تعويض $y = 0$ وإيجاد حلول المعادلة.

مثال: جد النقاط الصفريّة للدالة المعطاة:

$$f(x) = x^2 + 9x + 18$$

نعوّض $f(x) = 0$ ونجد حلول المعادلة التربيعية الناتجة ويمكننا الاستعانة بقوانين **التحليل إلى عوامل**:

$$0 = x^2 + 9x + 18$$

$$0 = (x+6)(x+3)$$

$x+6=0$

$x=-6$

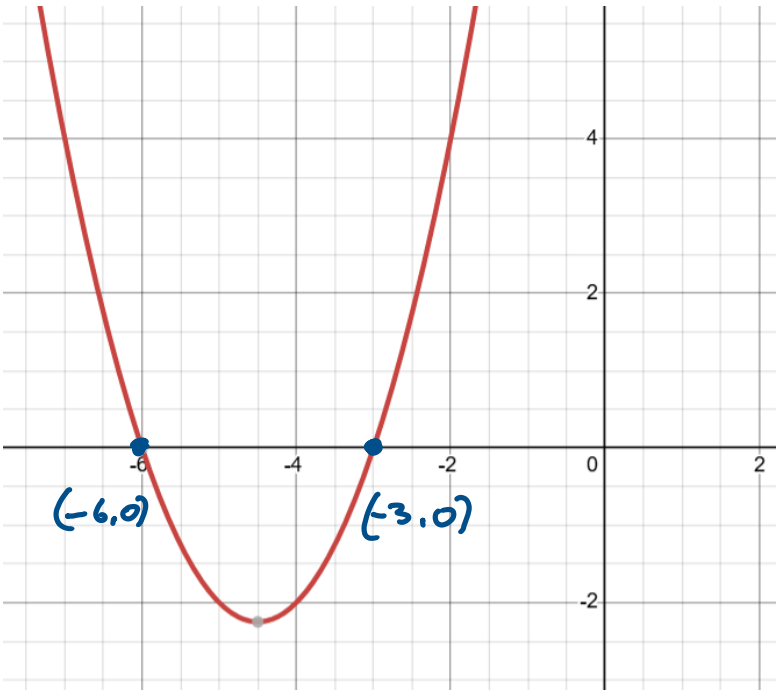
$(-6,0)$

$x+3=0$

$x=-3$

$(-3,0)$

يوجد نقطتي تقاطع بين الخط البياني للدالة المعطاة ومحور x إذًا يوجد نقطتين صفريتين للدالة المعطاة.



يمكننا الاستعانة بقانون الجذور لإيجاد النقاط الصفرية للدالة التربيعيّة:-

$$f(x) = ax^2 + bx = c \qquad (a \neq 0)$$

قانون الجذور (الدستور العام):

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال:

استعن بقانون الجذور وجد النقاط الصفرية للدالة $y = 2x^2 + 6x - 8$

نعوّض $y = 0$ ونحلّ المعادلة التربيعية الناتجة بواسطة قانون الجذور:-

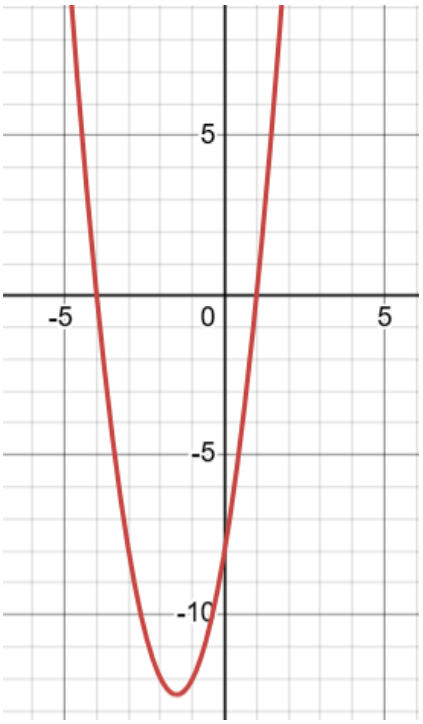
$$0 = 2x^2 + 6x - 8$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{4}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 10}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad (1,0)$$

$$x_2 = \frac{-6 - 10}{4} = \frac{-16}{4} = -4 \quad (-4,0)$$



إذًا النقاط الصفرية للدالة $y = 2x^2 + 6x - 8$

هي: (-4,0) (1,0)

حلّ المعادلات الآتية مستعينًا بقانون الجذور (الدستور العام):-

$2x^2 - 7x + 5 = 0$

$-2x^2 + 5x + 3 = 0$

$x^2 - 9x + 14 = 0$

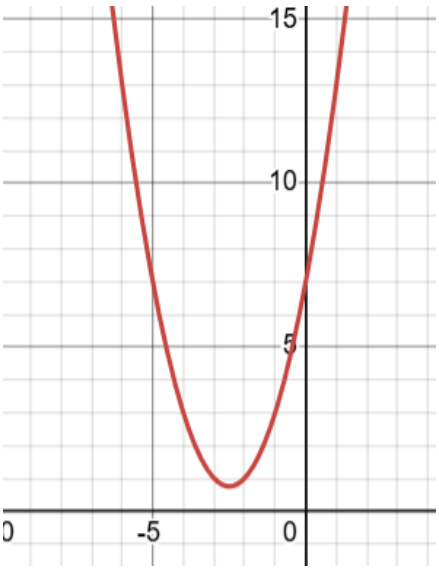
$x^2 - 19x - 150 = 0$

$-3x^2 - 5x - 12 = 0$

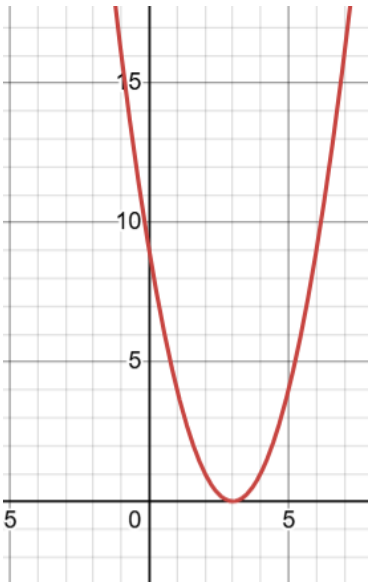
$-6x^2 + 36x - 54 = 0$

كم نقطة صفرية توجد لكل دالة تربيعيّة؟

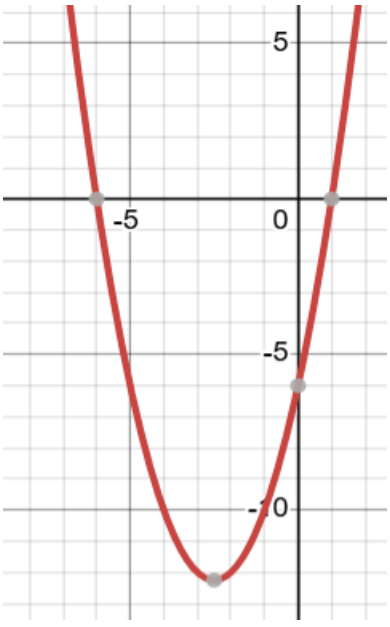
$y = x^2 + 5x + 7$



$y = x^2 - 6x + 9$



$y = x^2 + 5x - 8$



عدد النقاط الصفريّة لكلّ دالة هو حلول المعادلة التربيعيّة عندما نعوّض $y = 0$.

القانون لإيجاد جذور المعادلة التربيعيّة $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ هو:-

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\boldsymbol{b^2 - 4ac}}}{2a}$$

- إذا كان $\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$ عندما يوجد للمعادلة حلّان مختلفان وبذلك يتقاطع الخط البياني للدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$ في نقطتين مع محور x ويوجد له نقطتان صفريتان.

- إذا كان $\boldsymbol{b^2 - 4ac < 0}$ عندما يوجد للمعادلة حلّ واحد (جذران متساويان) الخط البياني للدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$ في نقطة واحد مع محور x ويوجد له نقطة صفرية واحدة.

- إذا كان $\boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$ عندما لا يوجد حلّ للمعادلة وبذلك لا يتقاطع الخط البياني للدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$ مع محور x ولا يوجد له نقاط صفريّة.

حدد في كلّ بند كم **نقطة صفريّة يوجد لكلّ دالة**: -

$y = x^2 - 12x + 36$

$y = 2x^2 + 8x + 16$

$y = 5x^2 + 2x$

$y = -3x^2 + 3x + 5$