امتحان الفصل النهائي في الرياضيات

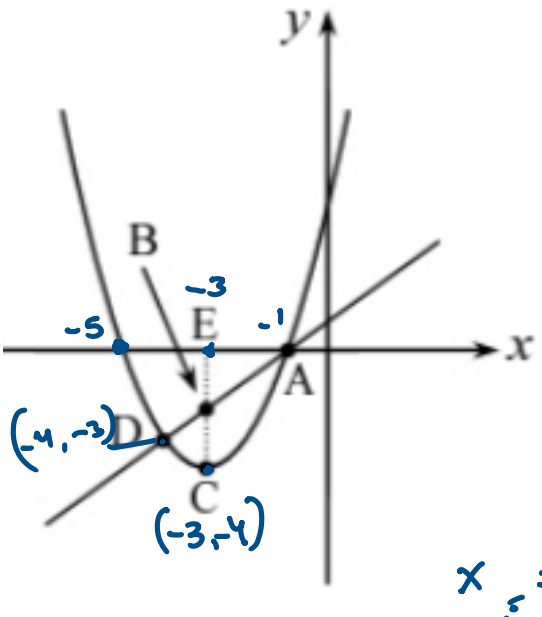
للصّف التاسع – 4 وحدات تعليميّة

الاسم: _____

الزمن: ساعتان ونصف

السنة الدراسيّة: 2025 – 2026

القسم الأول: الجبر



1) معطى الخط البياني للدالة $y = x^2 + 6x + 5$

CE هو محور تماثل القطع المكافئ المناسب

للدالة الذي يقع رأسه في النقطة C. (18 علامة)

النقطة E تقع على المحور x.

النقطة B هي منتصف القطعة EC.

أ- احسب احداثيات النقطتين C ، E و B.

$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot 1} = -3$ ①

$y = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 5$

$= 9 - 18 + 5$

$= -4$ ②

$C(-3,-4)$ ① نقطة رأس القطع المكافئ min

$y=0 \leftarrow$ النقطة E تقع على المحور x

$E(-3,0)$ ②

$y=-2 \leftarrow$ EC النقطة B هي منتصف القطعة ②

$B(-3,-2)$

ب- احسب احداثيات النقطة A. هي نقطة تقاطع القطع المكافئ مع المحور x

$y=0$

$0 = x^2 + 6x + 5$

$(x+1)(x+5) = 0$

$x+1=0$ $\quad x=-1$

$x+5=0$ $\quad x=-5$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ②

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2-4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-20}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x_1 = \frac{-6+4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-6-4}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$A(-1,0)$ (1)

ج- جد **معادلة المستقيم** الذي يمرّ عبر النقطتين A و D.

$A(-1,0)$ $B(-3,-2)$ x_1, y_1 x_2, y_2

المستقيم المطلوب يمرّ عبر النقطتين A ، B:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2-0}{-3-(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$ (1)

نعوّض احداثيات النقطة $A(-1,0)$ وجد قيمة b:

$y = mx+b$ (1)

$0 = 1 \cdot (-1) + b$

$0 = -1 + b$

$b = 1$ (1)

$y = x+1$ AD

النقطة D هي نقطة تقاطع بين الخطين البيانيين

$x^2+6x+5 = x+1$

$x^2+5x+4 = 0$ (2)

$(x+1)(x+4) = 0$

$x+1 = 0$ ← $x = -1$ → $A(-1,0)$

$x+4 = 0$ → $x = -4$

د- احسب احداثيات النقطة D.

نعوّض $x = -4$ وجد قيمة y:

$y = x+1$

$y = -4+1 = -3$ (1)

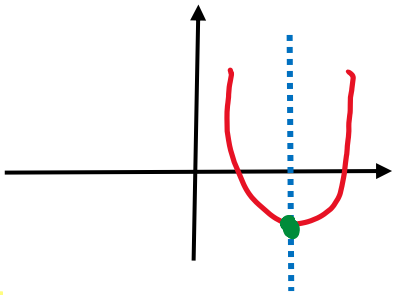
$y = -3$

(1) $D(-4,-3)$

2) سجّل "**صحيح**" / "**غير صحيح**" وعلل: - (10 علامات)

أ- يمكن أن يكون للقطع المكافئ ومحور تماثله نقطتان مشتركتان.

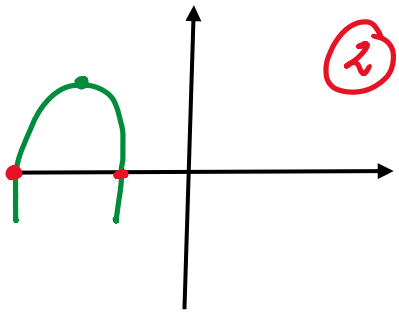
غير صحيح فقط نقطة واحدة فقط وهي نقطة الرأس



(2)

ب- للقطع المكافئ الذي يقع رأسه في **الربع الثاني** وهو "**مقلوب**" لا يوجد نقاط تقاطع مع المحور x.

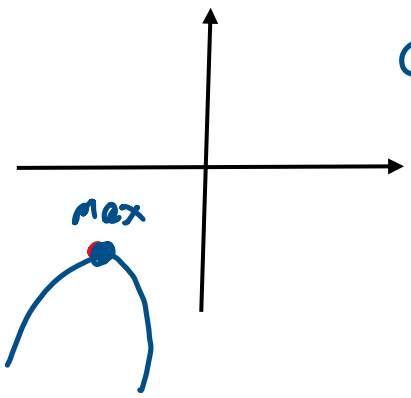
غير صحيح بما ان القطع المكافئ مقلوب ونقطة الرأس فوق محور x اذاً يوجد نقطتين صفريتين لذلك غير صحيح.



(2)

ج- يمكن إيجاد قطع مكافئ يقع رأسه في الربع الثالث ولا توجد له نقاط صفرية.

صحيح عندما يكون القطع المكافئ مقلوب $a<0$ لا يوجد له نقاط صفرية. اذاً ممكن



(2) نقطة الرأس تحت محور x

د- حسب احداثيات نقطة الرأس يمكن أن نعلم هل القطع المكافئ قائم أم مقلوب.

(2) غير صحيح حسب البارامتر a نعرف اتجاه القطع المكافئ. $a>0$ ← قائم

$a<0$ ← مقلوب

هـ- إذا كان لدالتين تربيعيتين مسجّلتين بالصورة العامّة $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ نفس الإشارة للبارامتر a فإنهما "قائمتان" أو "مقلوبتان".

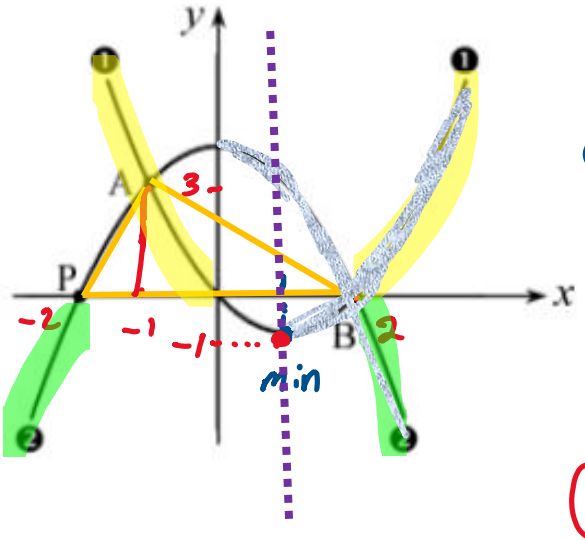
(2)

صحيح

البارامتر a يحدد اتجاه القطع المكافئ

$a>0$ ← قائم

$a<0$ ← مقلوب



3) معطى في الرسم البياني الخطان البيانيّان للدالتين: $y = 4 - x^2$ ← $y=-x^2+4$

$y = x^2 - 2x$

(20 علامة)

أ- لائم خطًا بيانيًا لكل دالة. اشرح

(2)

الخط البياني (1) قائم $a>0$ إذًا يلائم الدالة $y=x^2-2x$

الخط البياني (2) مقلوب $a<0$ إذًا يلائم الدالة $y=-x^2+4$

ب- احسب احداثيات النقطتين A و B.

نقاط التقاطع بين الخطين البيانيين

$-x^2+4=x^2-2x$

$-2x^2+2x+4=0 \quad /:(-2)$

$x^2-x-2=0$ (2)

$(x-2)(x+1)=0$

$x-2=0$ ↙ $x+1=0$ ↘

$x=2$ $x=-1$

نعوض $x=-1$ ونجد y للناتج:

$y=x^2-2x$ (2)

$y=(-1)^2-2\cdot(-1)$ $A(-1,3)$

$y=1+2=3$

نعوض $x=2$ ونجد y للناتج:

$y=x^2-2x$ (2) $B(2,0)$

$y=2^2-2\cdot2$

$y=4-4=0$

النقطة B هي أو صفرية لذلك $y=0$

ج- احسب مساحة المثلث ΔPAB

$S_{\Delta PAB} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ وحدة مساحة

(2)

أولاً نجد احداثيات النقطة P وهي نقطة صفرية للقطع المكافئ (2)

$y = -x^2 + 4$ نعوض $y = 0$

$0 = -x^2 + 4$

$x^2 = 4$ ← $x = 2$ ، $x = -2$

P(-2,0) ، B(2,0)

النقاط P و B هي أو نقاط صفرية إذاً هي نقاط P(-2,0) متماثلة لذلك:

د- ما هي قيم x التي بالنسبة لها قيم y للدالة الموصوفة بواسطة القطع المكافئ للدالة

(1) هي قيم موجبة. $x < 0$ أو $x > 2$ (1)

هـ- ما هي قيم x التي بالنسبة لها قيم y للدالة الموصوفة بواسطة القطع المكافئ للدالة

(2) هي قيم سالبة. $x < -2$ أو $x > 2$ (1)

و- جد احداثيات نقطة رأس القطع المكافئ للدالة (1).

$y = x^2 - 2x$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$ نعوض $x = 1$ وجد قيمة y

$y = 1^2 - 2 \cdot 1$

$y = 1 - 2 = -1$

نقطة رأس القطع المكافئ (1): $(1, -1)$ (2)

ز- لأي قيم x تكون الدالة الموصوفة بواسطة القطع المكافئ للدالة (2) تنازليّة والدالة الموصوفة بواسطة القطع المكافئ للدالة (1) تصاعدية. $x > 1$ (1)

ح- كم نقطة تقاطع يوجد للقطع المكافئ للدالة (1) مع كل واحد من المستقيمات التالية: (3)

$y = -1$	$y = 6$	$y = -12$
المستقيم يقع على نقطة الرأس إذاً يوجد نقطة تقاطع واحدة	المستقيم يقع فوق نقطة الرأس إذاً لا يوجد نقطتي تقاطع	المستقيم يقع تحت نقطة الرأس إذاً لا يوجد نقطة تقاطع

الاحداثي ل لنقطة رأس القطع المكافئ (1) هو 1- والقطع المكافئ هاتم $a > 0$

4) نقطتا تقاطع الخط البياني لدالة تربيعيّة مع المحور x هما: (-2,0) (10,0)

يقع رأس القطع المكافئ فوق المحور x. (6 علامات)

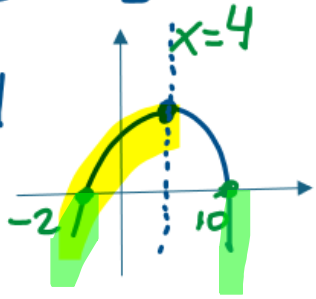
أ- هل القطع المكافئ للدالة قائم ام مقلوب؟ اشرح

بما ان رأس القطع المكافئ يقع فوق محور x وليوجد نقاط ② حسنية اذاً القطع المكافئ مقلوب.

$\frac{10-2}{2}=\frac{8}{2}=4$

$x=4$

$P=4$



ب- جد لأي قيم x **الدالة** تصاعديّة.

① $x<4$

ج- جد لأي قيم x **الدالة** سالبة. $x>10$ أو $x<-2$ ①

د- قيمة الاحداثي y لنقطة الراس هو 4. اكتب معادلة الدالة التربيعيّة من الصورة $y = a(x-p)^2+k$ المناسبة للمعطيات.

$k=4$

$P=4$ ②

$Y=-\frac{1}{9}(x-4)^2+4$

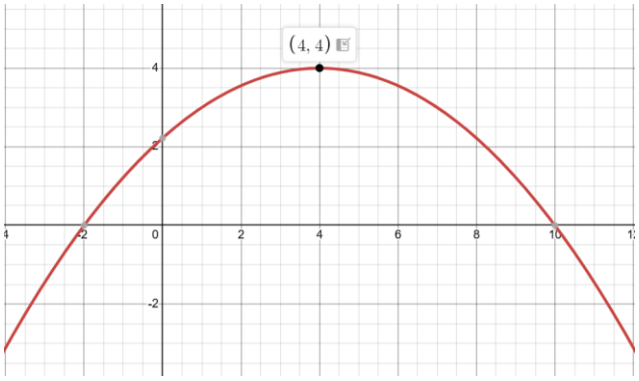
$y=a(x-4)^2+4$

$0=a(10-4)^2+4$

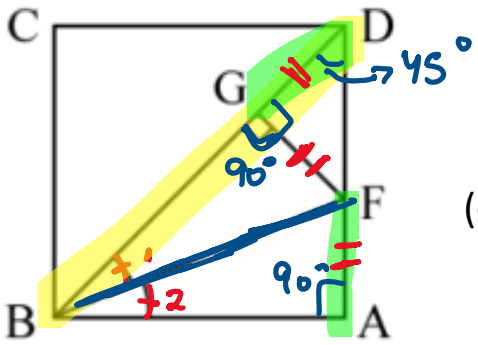
$0=36a+4$

$\frac{-4}{36}=\frac{36a}{36}$

$a=-\frac{1}{9}$



القسم الثاني: الهندسة



1) معطى: BD هو قطر في المربع ABCD.

القطعة BF تنصّف $\measuredangle ABD$.

القطعة FG تُعامد القطر BD. (8 علامات)

برهن أن: **GD = AF**

المعطى

مطلوب برهان: GD = AF

$FG \perp BD$ معطى $\measuredangle BGF = 90°$

زوايا المربع قائمة $\measuredangle A = 90°$

$\measuredangle BGF = \measuredangle A = 90°$

ز

Bf ينصّف معطى $\measuredangle B_1 = \measuredangle B_2$

$\measuredangle ABD$ الزاوية

ز

مجموع زوايا المثلث 180° $\measuredangle GfB = \measuredangle AfB$

إذا تساوت زاويتان في المثلثين

فإن الزاوية الثالثة متساوية في المثلثين

ض

Bf = Bf ضلع مشترك بين المثلثين

$\Delta BGf \cong \Delta BAf$

بالتشابه حسب نظرية التطابق

(ز.ض.ز)

في التطابق

ينتج GF = AF

$\measuredangle DGf = 90°$

زاوية مجاورة لزاوية قائمة

في المربع الأقطار تنصّف زواياه $\measuredangle GDf = 45°$

مجموع زوايا المثلث 180° $\measuredangle DfG = 45°$

ΔDFG مثلث متساوي الساقين

DG = Gf

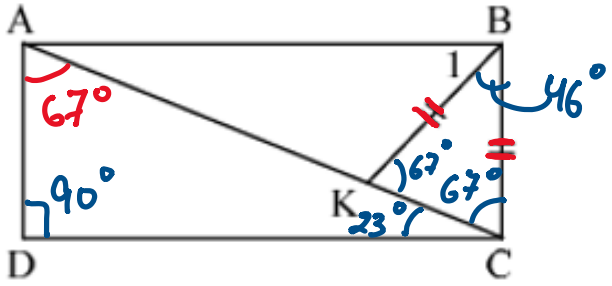
تعويض DG = AF

وهو المطلوب

2) الشكل الرباعي ABCD هو مستطيل.

K هي نقطة تقع على القطر AC. (8 علامات)

$\measuredangle DAC = 67^0$ ، BK = BC



أ- احسب **مقادير زوايا المثلث ΔKBC**.

$\measuredangle DAC = \measuredangle ACB = 67^\circ$ (4)

زوايا متبادلة متساوية بين مستقيمين متوازيين

$\measuredangle BKC = \measuredangle BCK = 67^\circ$

زاويتا القاعدة متساويتان في مثلث

متساوي الساقين ← وعطى BK=BC

مجموع زوايا المثلث 180° ← $\measuredangle KBC = 46^\circ$

$180^\circ - 67^\circ - 67^\circ = 46^\circ$

ΔKBC زوايا المثلث

$\measuredangle KBC = 46^\circ$

$\measuredangle BKC = \measuredangle BCK = 67^\circ$

ب- احسب **مقدار الزاوية $\measuredangle B_1$**.

(4)

زوايا المستطيل قائمة $\measuredangle B = 90^\circ$

$\measuredangle B_1 = \measuredangle B - \measuredangle CBK$

$\measuredangle B_1 = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$

$\measuredangle B_1 = 44^\circ$