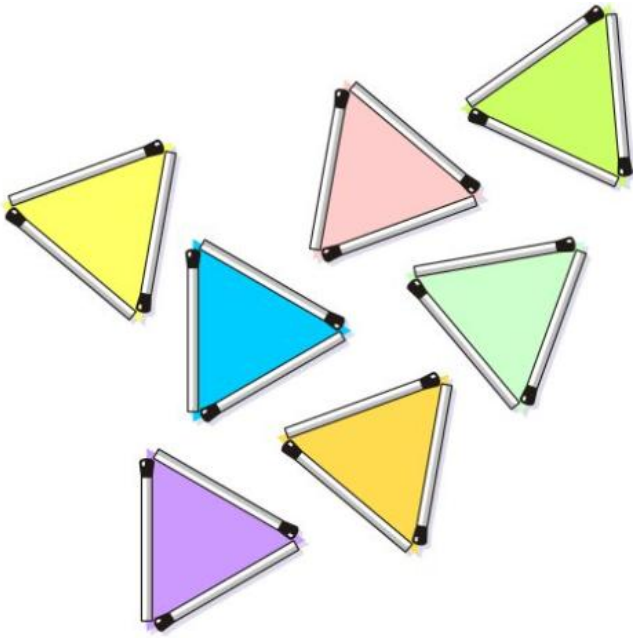
هيّا نتعلّم ونتمرّن في موضوع

تشابه مثلثات

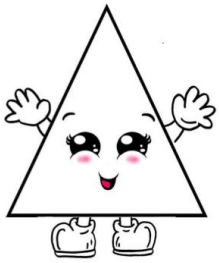


الاسم: _____

الصف: _____ الشعبة: _____

السنة الدراسيّة: _____

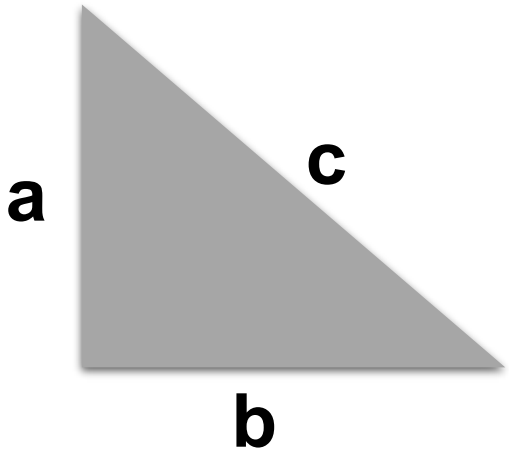
تجميع وطباعة: نيفا يوسف مسعد



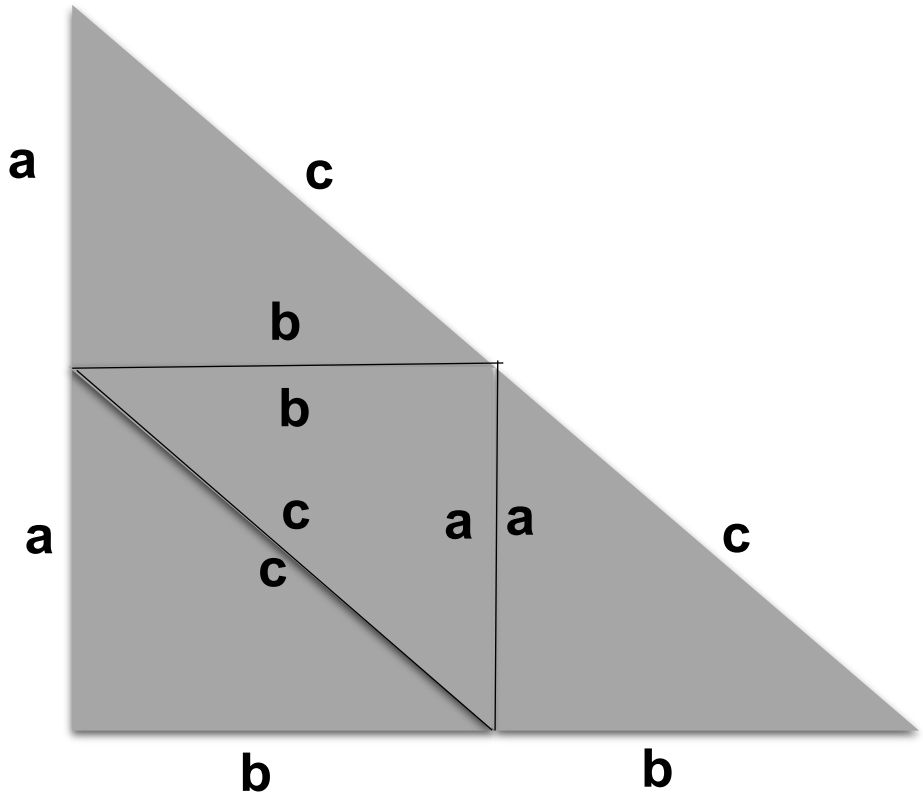
المصدر: رياضيات للصّف الثامن (الجزء الثاني) – جابي يكوئيل

المركز القطري لمعلمي الرياضيات للمرحلتين الإعدادية والثانوية

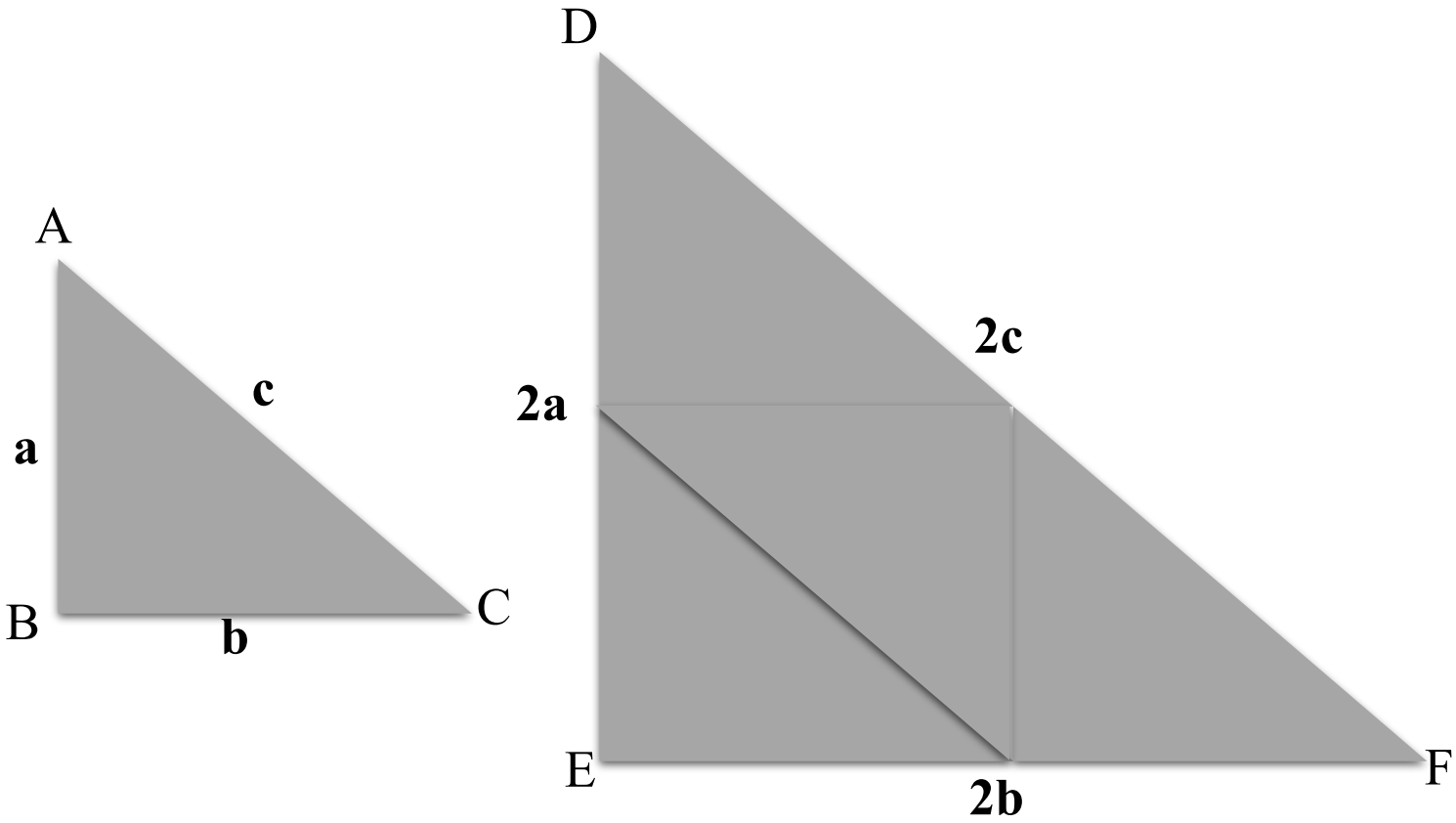
معطى مثلث قائم الزاوية : –



هيّا نبني مثلث كبير من 4 مثلثات صغيرة: -



هل يمكن أن نقول أن المثلث الكبير الناتج يشبه المثلث الصغير؟ _____



* ماذا يمكنك القول عن العلاقة بين زوايا المثلث الصغير والكبير؟

جواب: _____

** في المثلثات المتشابهة توجد **<u>نفس النسبة</u>** بين كلّ ضلعين في المثلثين بالتناظر: -

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{2}$$

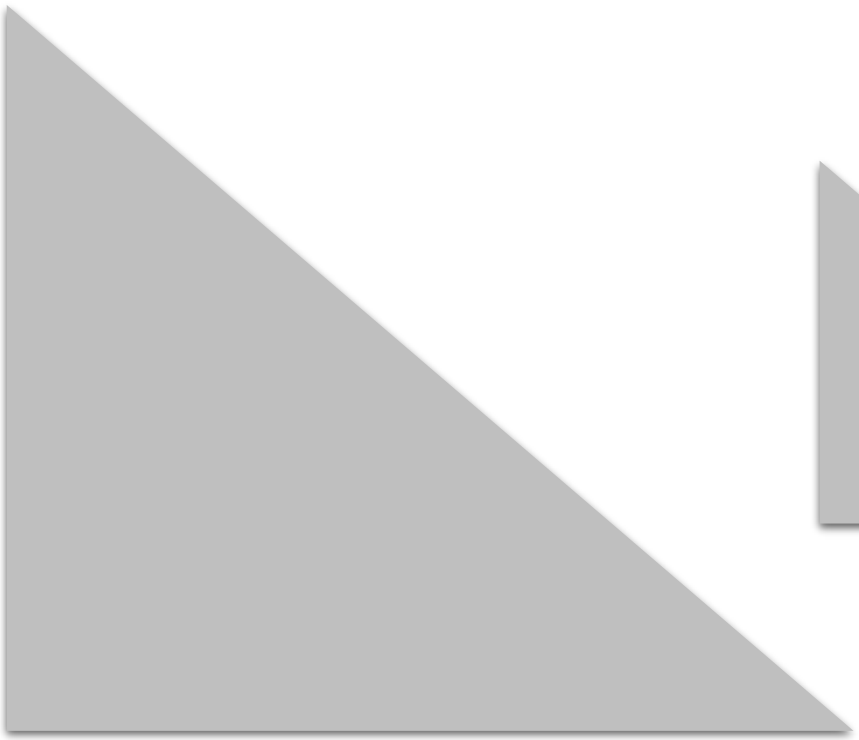
هذه النسبة تُسمى: نسبة التشابه ونرمز لها بالحرف **k**

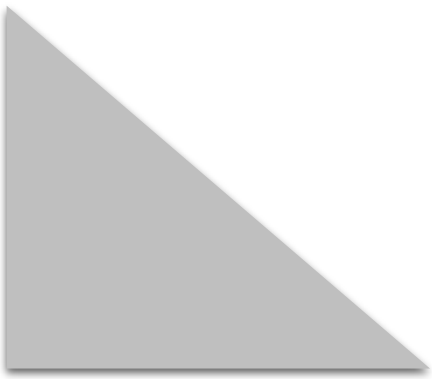
ماذا تعني هذه النسبة: _____

_____

تعريف

مثلثات متشابهة هي مثلثات زواياها متساوية بالتناظر، وتوجد نفس النسبة بين كلّ ضلعين في المثلثين بالتناظر





تلخيص

مثلثان يُسميان متشابهين إذا تحقق: -

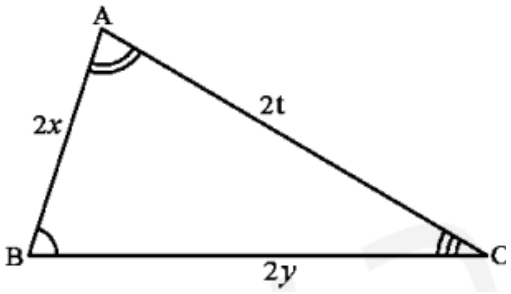
- لكلّ زاوية في المثلث الأول توجد زاوية مساوية لها في المثلث الثاني.
- توجد نفس النسبة بين أطوال كلّ ثلاثة أزواج الأضلاع الواقعة مقابل الزوايا المتساوية في المثلثين بالتناظر (بالتلاؤم).

تسمى هذه النسبة: نسبة التشابه ونشير اليها بالحرف K

نشير إلى تشابه المثلثات بواسطة الإشارة ~

مثال: -

تمعّن في الرسم أمامك، حسب الاشارات على الرسم



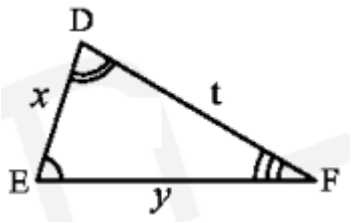
توجد زوايا متساوية في المثلثين: -

$$\measuredangle B = \measuredangle E \qquad \measuredangle A = \measuredangle D \qquad \measuredangle C = \measuredangle F$$

وهناك نسبة متساية بين الأضلاع المتناظرة: -

$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE} = \frac{2}{1}$$

لذلك نستنتج أنه في الرسم مثلثين متشابهان: -



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

ونسبه التشابه هي: $\frac{2}{1}$

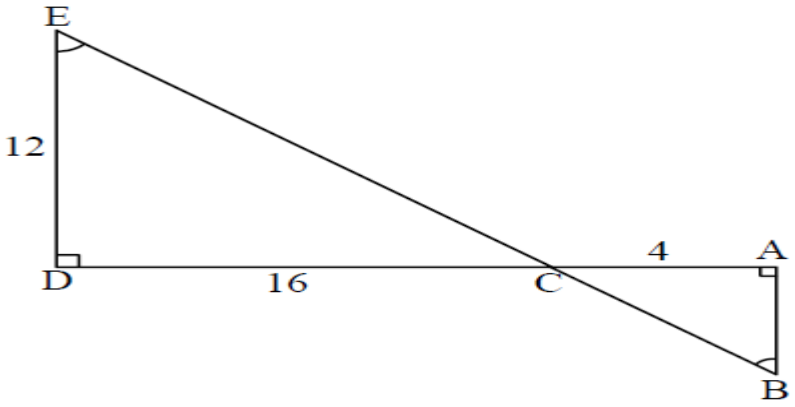
وبحسب قوانين التناسب كما تعلمنا في الفصل السابق يمكننا ان نسجّل أيضا: -

$$\frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{DE}{AB} = \frac{1}{2}$$

مثال 1

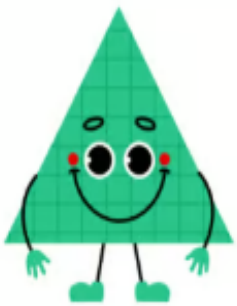
معطى : –

$$\Delta EDC \sim \Delta BAC$$



أ– جد **نسبة التشابه** K=?

ب– احسب **طول الضلع AB**



ج– هل **تستطيع أن تحسب** طول BC؟ اشرح

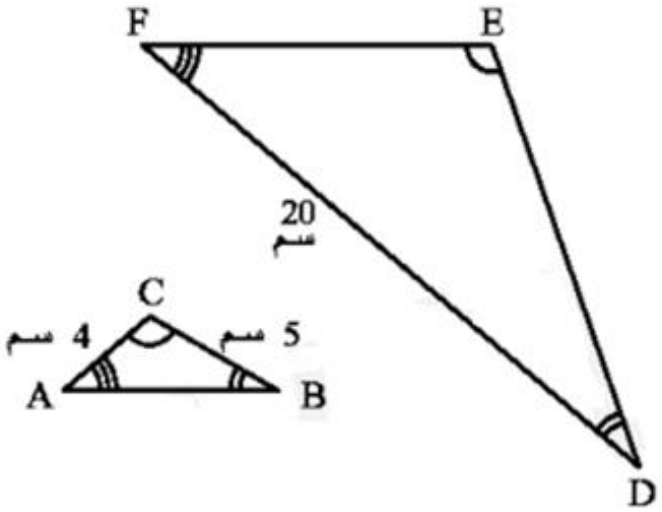
جواب : _____

مثال 2

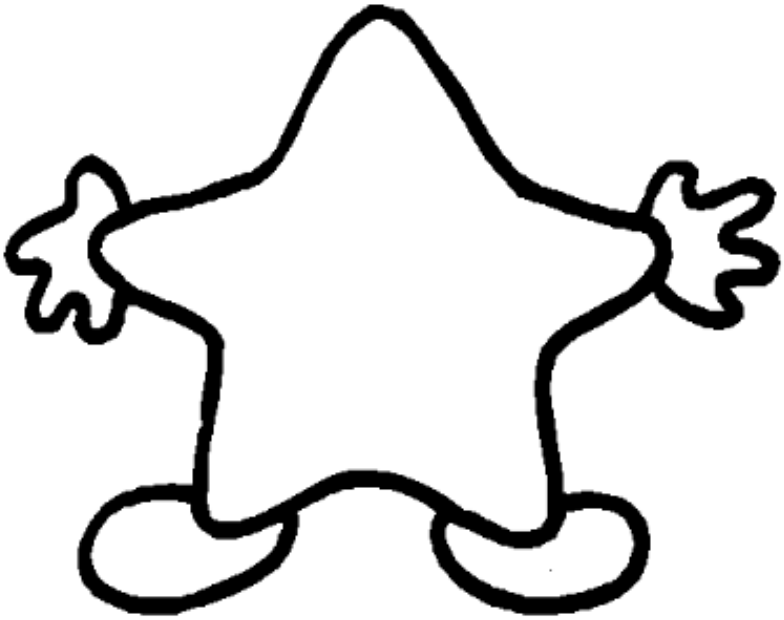
معطى أنّ: $\Delta ABC \sim \Delta FDE$

بالتناظر **ونسبة التشابه** بين المثلثين

هي $\frac{1}{3}$ $\left(K = \frac{1}{3}\right)$



احسب **أطوال الأضلاع** التالية: –



FE = _____

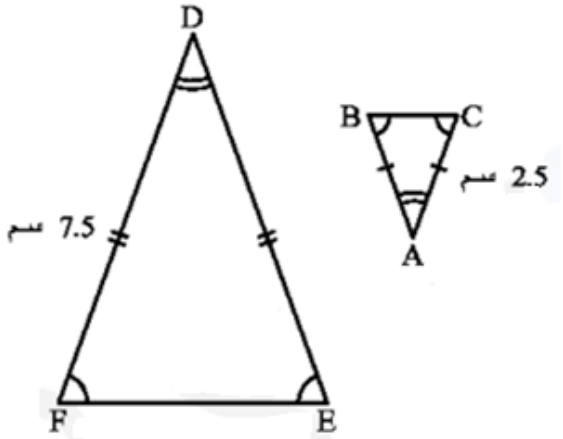
DE = _____

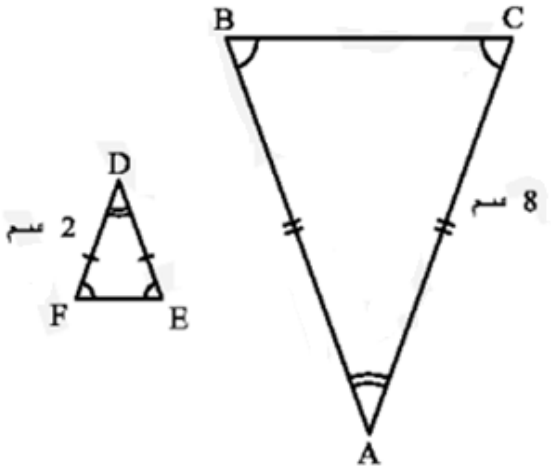
AB = _____

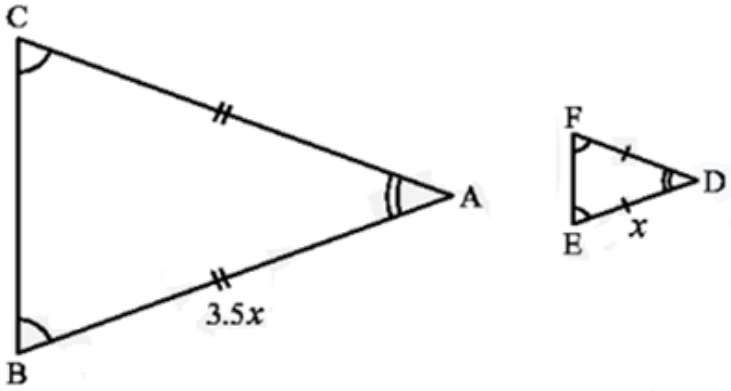
1) المثلثان اللذان يظهران في كل بند هما **<u>مثلثان متساويا السّاقين متشابهين</u>**.

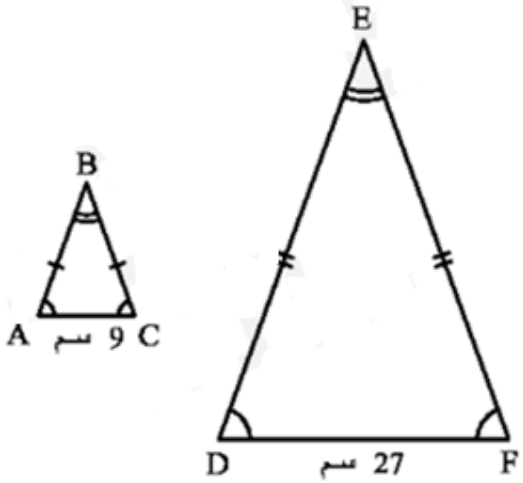
$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

جد <u>نسبة التشابه</u> في كلّ بند: –





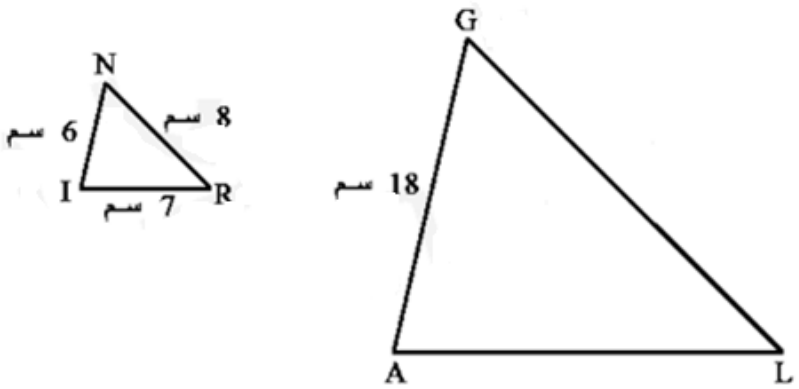


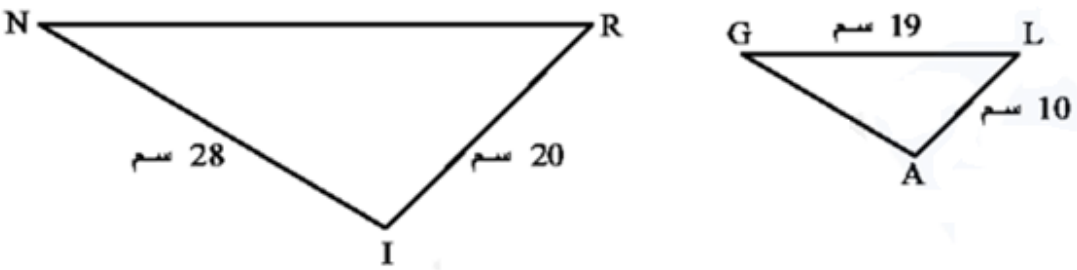


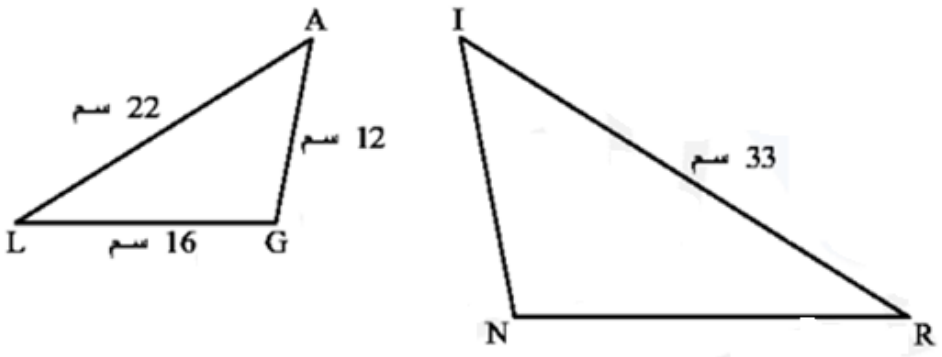
2) معطى **<u>مثلثات متشابهة</u>** في كلّ بند: –

$$\Delta NIR \sim \Delta GAL$$

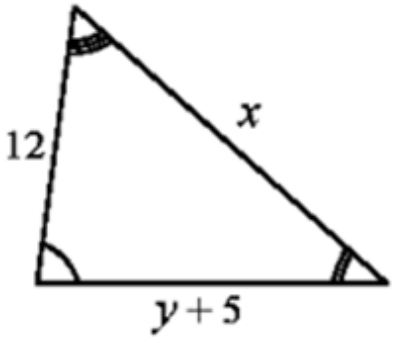
في كلّ بند جد <u>نسبة التشابه وأطوال الأضلاع الناقصة</u>:–

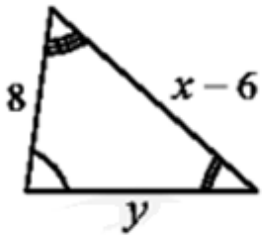






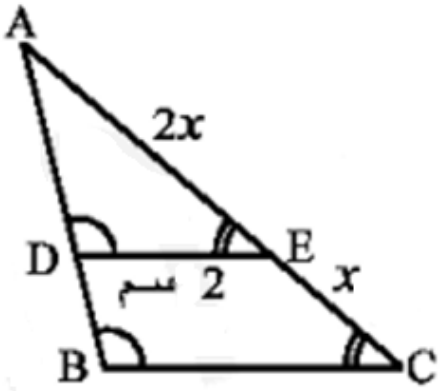
3) جد **قيمة x وقيمة y**:-





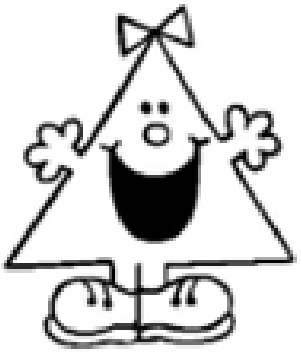
---

4) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$



أ- ما هي **نسبة التشابه**؟

ب- احسب طول الضلع BC.



سؤال للتفكير: -

** في المثلث "أ" أطوال الأضلاع هي: **4 سم، 2 سم، 5 سم.**

ومعلوم طول أحد أضلاع المثلث "ب" 10 سم.

ما هي أطوال أضلاع المثلث "ب" إذا علمتم أن المثلثين متشابهان.

(1)

---

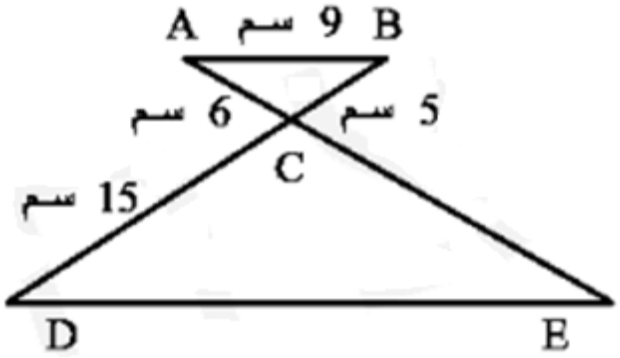
(2)

---

(3)

خصائص المثلثات المتشابهة

مثال (1): -



معطى: $\Delta DCE \sim \Delta BCA$

أ- جد **نسبة التشابه**.

ب- جد طول الضلعين: EC= _____ DE= _____

ج- بيّن أن النسبة بين المحيطين **تساوي** نسبة التشابه

***** في المثلثات المتشابهة النسبة بين المحيطات تساوي نسبة التشابه*****

مثال (2): -

في المثلث "أ" طول أحد الأضلاع 5 سم والارتفاع عليه هو 4 سم.

في المثلث "ب" طول الضلع المناظر له هو 15 سم والارتفاع عليه هو 12 سم.

أ- احسب **نسبه التشابه** بين المثلثين.

ب- احسب **مساحة كلّ مثلث**: -

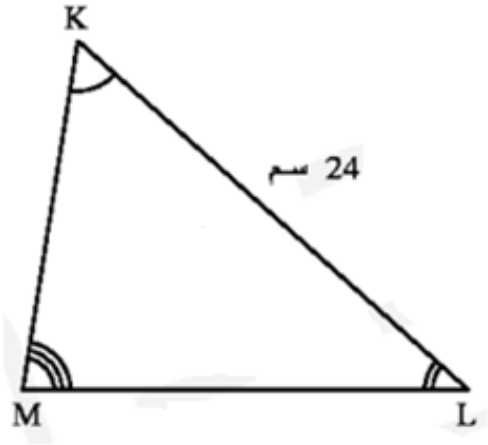
ج- ما هي **النسبة بين مساحة** المثلث **الكبير** ومساحة المثلث **الصغير**؟

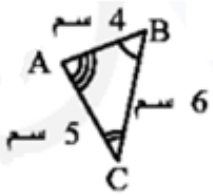
د- ما هي **العلاقة** بين الاجابتين في القسم ب و ج؟

تلخيص: -

في المثلثات المتشابهه النسبة بين المساحات تساوي تربيع نسبة التشابه

إذا كانت نسبة التشابه **k** فإن النسبة بين المساحات هي $\mathbf{k^2}$





<u>هيّا نحلّ تمارين</u>: -

1) معطى مثلثات متشابهة.

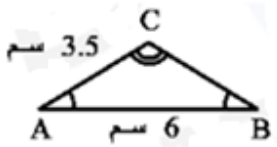
أ- اكتب **<u>التشابه بين المثلثين</u>**.

ب- أكمل الناقص: -

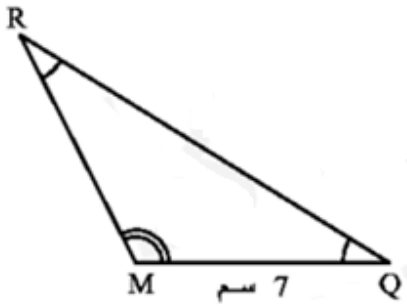
K = _____	KM = _____	ML = _____	$P_{\Delta KLM}$ = _____

---

2) معطى **مثلثات متشابهة.**



أ- اكتب **<u>التشابه بين المثلثين</u>**.

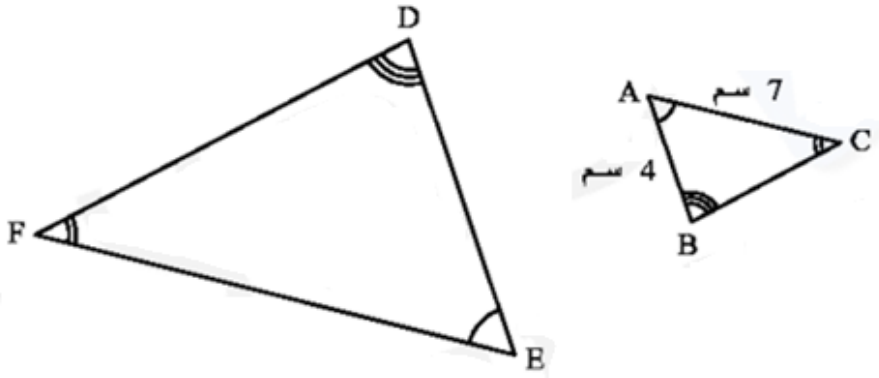


ب- أكمل الناقص: -

K = _____	RQ= _____	MR = _____	$P_{\Delta MQR}$ = _____

3) معطى مثلثات متشابهة.

معطى: $p_{\Delta ABC}$ = 17 $p_{\Delta DEF}$ = 51



أ- اكتب التشابه بين المثلثين: _____

ب- أكمل الناقص: -

$DE =$ _____	DF = _____	BC= _____	K = _____

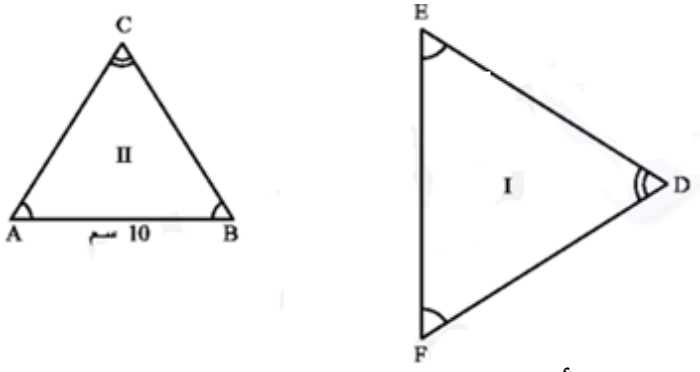
---

4) معطى مثلثات متشابهة.

نسبة التشابه بين المثلث الأول والمثلث الثاني هي 1.5 $p_{\Delta ABC}$ = 28

أ- اكتب **التشابه بين المثلثين**:

_____



ب- أكمل الناقص: -

$P_{\Delta DEF} =$ _____	EF = _____	DE = _____	AC = _____

5) في المثلث "أ" اطوال الاضلاع هي: 1.5 سم، 2 سم، 3 سم.
المثلث "أ" يشابه المثلث "ب". محيط المثلث "ب" هو 0.26 متر.
أ- ما هي **نسبة التشابه** بين المثلث "أ" و المثلث "ب"؟

ب- ما هي أطوال أضلاع المثلث "ب"؟ _____ _____ _____

---

6) في المثلث "أ" اطوال الاضلاع هي: 2 م، 7 م، 800 سم.
المثلث "أ" يشابه المثلث "ب". محيط المثلث "ب" هو 8.5 متر.
أ- ما هي **نسبة التشابه** بين المثلث "أ" و المثلث "ب"؟

ب- ما هي أطوال أضلاع المثلث "ب"؟ _____ _____ _____

ج- ما هي **النسبة** بين مساحة المثلث "أ" ومساحة المثلث "ب"؟

7) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

وأيضًا $S_{\Delta ABC} = 4 \cdot S_{\Delta DEF}$

طول أحد أضلاع المثلث ABC هو 11 سم.

ما هو **طول الضلع المناظر** له في المثلث DEF؟

---

8) المثلث "أ" يشابه المثلث "ب".

مساحة المثلث "أ" هي 900 سم مربع

مساحة المثلث "ب" هي 9 سم مربع

أ- ما هي النسبة بين مساحة المثلث "أ" ومساحة المثلث "ب"؟

ب- في المثلث "ب" طول أحد الاضلاع هو 3 سم.

ما هو **طول الضلع المناظر له** في المثلث "أ"؟

تعلّمنا سابقًا: -

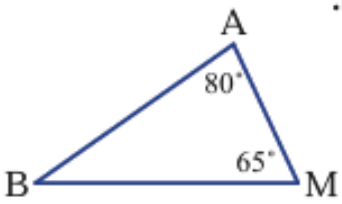
إذا كان لمثلثين 3 زوايا متساوية بالتناظر فإن المثلثين متشابهان، ويوجد تناسب بين أطوال الأضلاع بالتناظر.

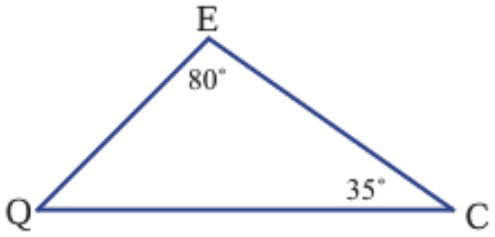
سؤال للتفكير: هل يكفي أن تتحقق المساواة بين زاويتين في المثلث الاول وزاويتين في المثلث الثاني بالتناظر، كي نستنتج وجود التشابه بين المثلثين؟؟؟

_____

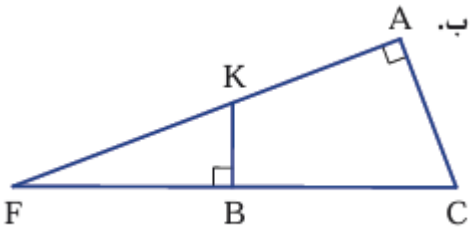
1) افحص في كلّ بند إذا كان المثلثان متشابهان. إذا نعم سجّل التشابه: -

أ.

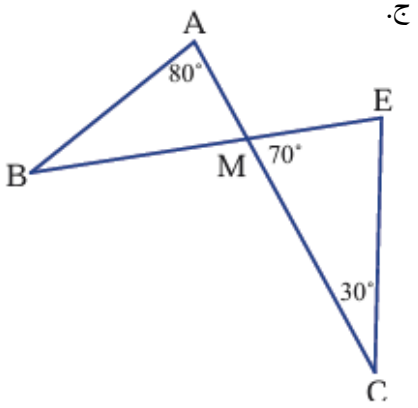


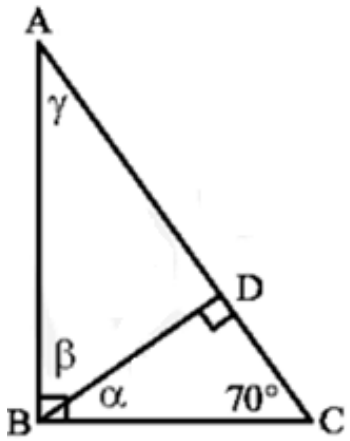


ب.



ج.





2) تمعّن في الرسم التالي: –

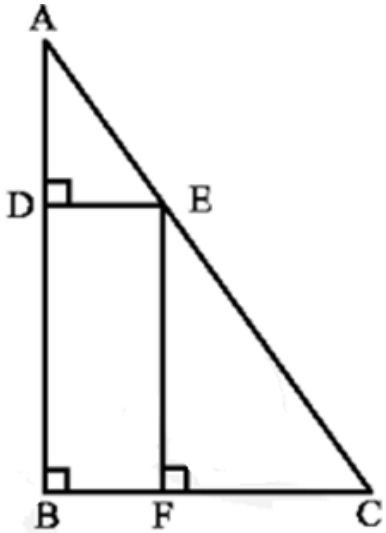
ΔABC هو مثلث قائم الزاوية $\measuredangle ABC = 90^0$

معطى:

BD هو ارتفاع على الوتر AC ، $\measuredangle C = 70^0$

أ– احسب: α ، β ، γ.

ب– اكتب **<u>زوج من المثلثات المتشابهة</u>**. اشرح



3) تمعّن في الرسم التالي: –

معطى:

EF يعامد BC

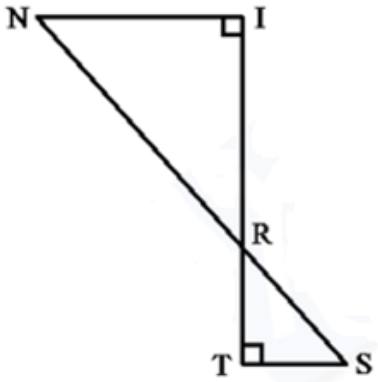
ED يعامد AB

سجّل **أزواج مثلثات متشابهة.**

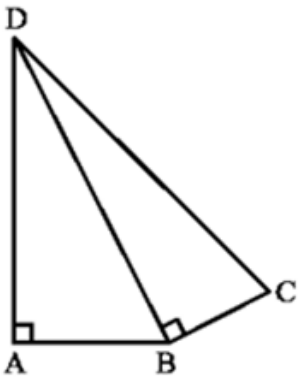
4) سجّل اسماء **<u>المثلثات المتشابهة</u>** إذا وجدت.

وأكتب **<u>النسبة</u>** بين أطوال أضلاع هذه المثلثات.

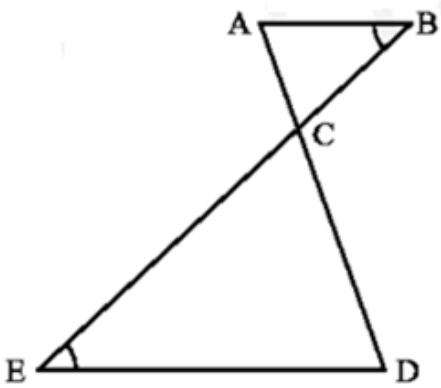
(أ)



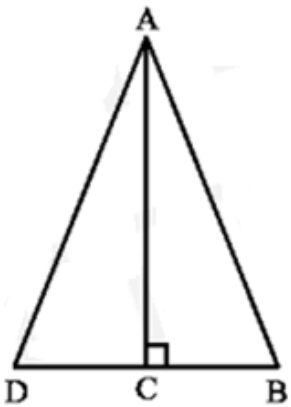
(ب)



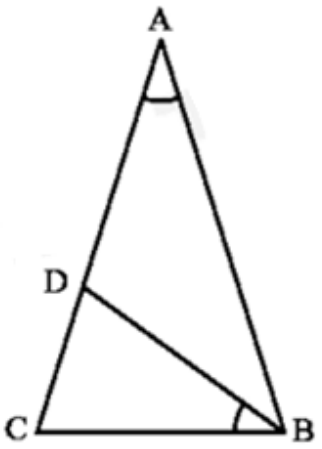
(ج)



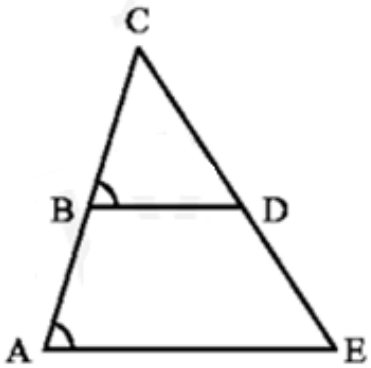
(د)

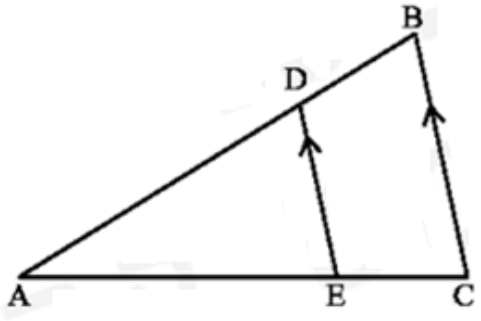


(هـ)



(و)





5) معطى المثلثان ABC و ADE.

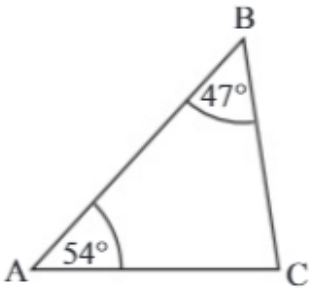
ومعطى أيضًا أنّ: $BC \parallel DC$.

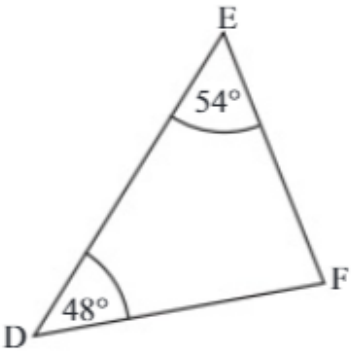
علل لماذا **<u>المثلثان متشابهان</u>**.

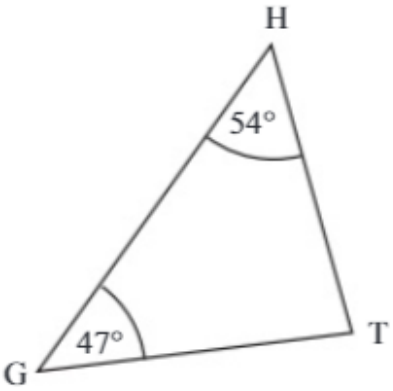
---

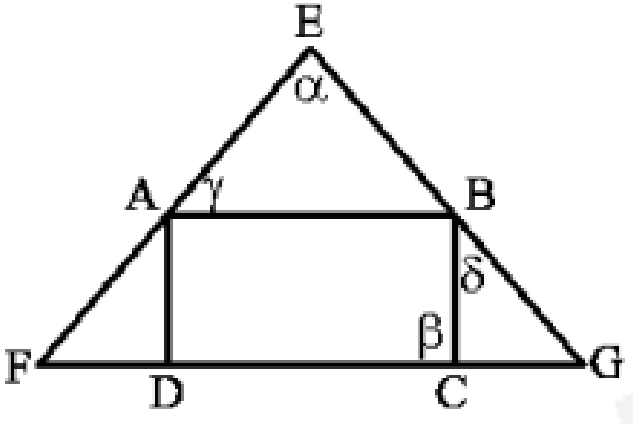
6) سؤال تفكير: معطى **<u>ثلاث مثلثات</u>**.

<u>فقط</u> اثنان من بين المثلثات هما **<u>مثلثان متشابهان</u>**.









7) ΔFEG هو مثلث متساوي الساقين EF = EG

<u>مقدار كل واحدة من زوايا القاعدة 50 درجة</u>

أ) احسب الزوايا: $\delta \quad \gamma \quad \beta \quad \alpha$

ب) هل $\Delta ADF \cong \Delta BCG$ ؟ _____

أكتب شروط التطابق: –

ج) هل مثلث AEB هو مثلث متساوي الساقين؟ _____

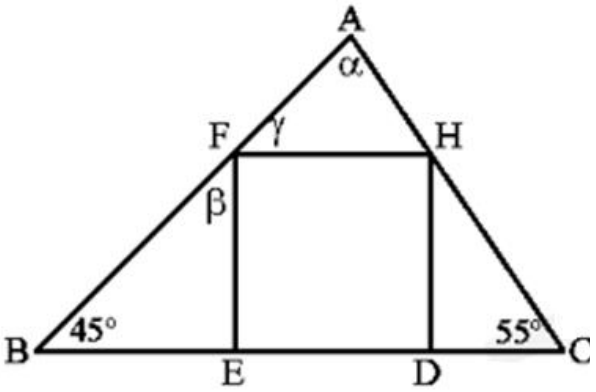
اشرح: _____

د) هل: $\Delta EAB \sim \Delta BCG$ ؟ _____

اشرح: _____

هـ) هل: $\Delta AEB \sim \Delta FEG$ ؟ _____

اشرح: _____



8) في المثلث ABC معطى:

$\measuredangle ABC = 45^0$ ، $\measuredangle ACB = 55^0$

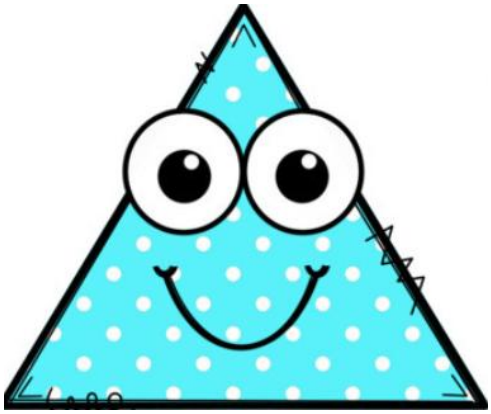
الشكل الرباعي DEFH هو **<u>مربع</u>**

أ) احسب الزوايا: γ β α

ب) سجّل اسماء المثلثات المتشابهة: _____

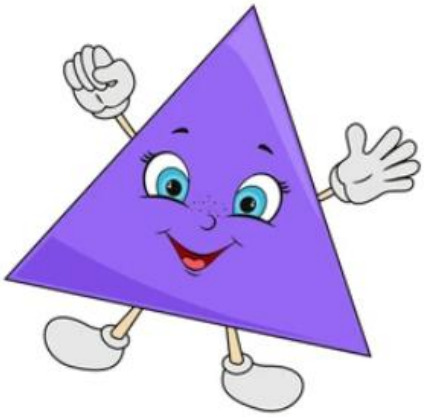
اشرح لماذا: –

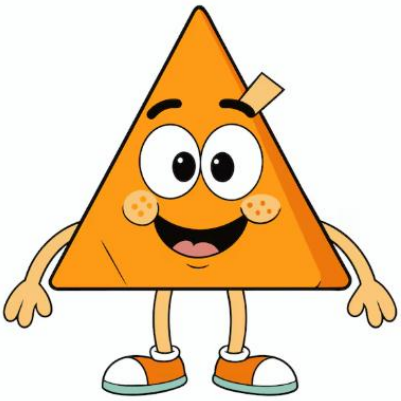
ج– اكتب **<u>النسبة بين الاضلاع</u>** بالتناظر في المثلثات التي وجدتها: –



هيّا نتمرّن في موضوع تشابه المثلّثات

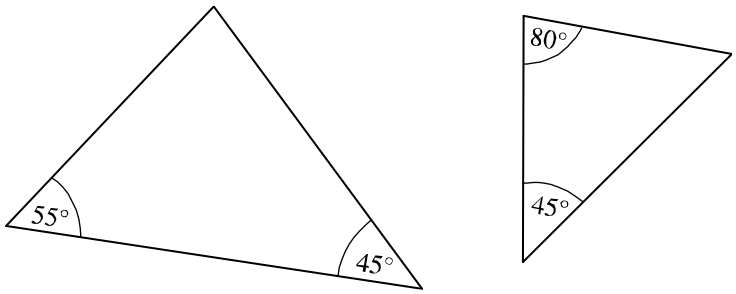
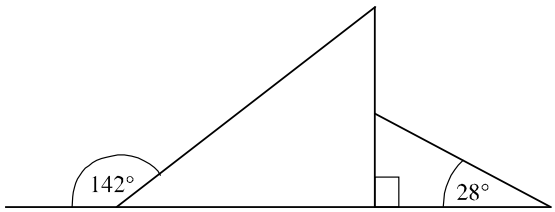
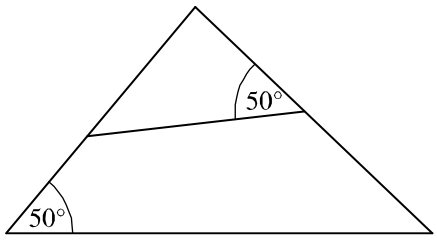
للصّف الثامن





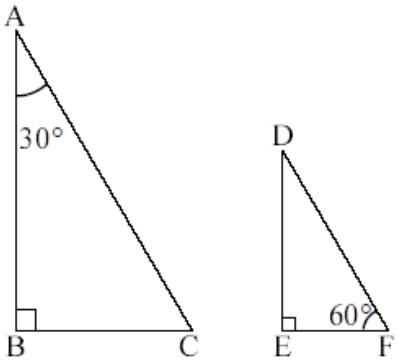
1) أمامك أزواج من المثلّثات.

ضَعْ إشارة ☒ بجانب كلّ زوج من المثلّثات لِتُبيِّن إنْ كان المثلّثان متشابهَيْن أو غير متشابهَيْن.

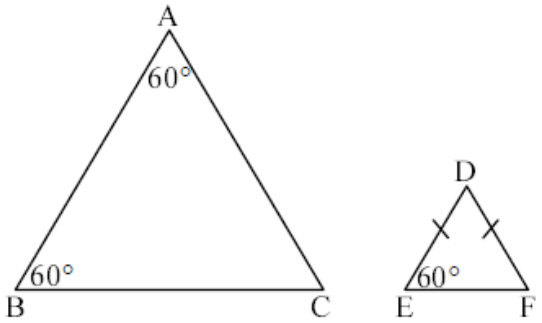
	متشابهان	غير متشابهَيْن
.1 	☐1	☐2
.2 	☐1	☐2
.3 	☐1	☐2

2) حدد هل المثلثان متشابهان / المثلثان غير متشابهين / لا يمكن المعرفة

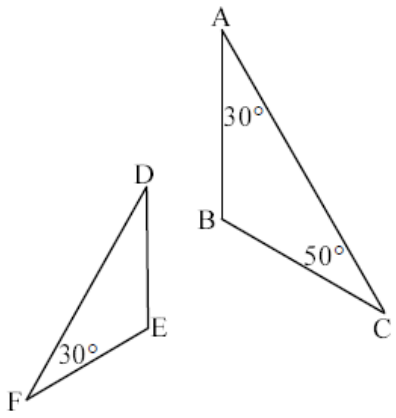
(أ)



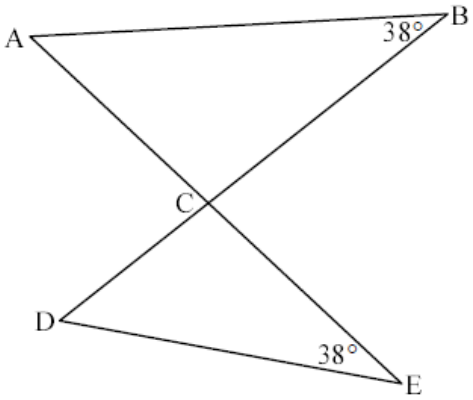
(ب)



(ج)

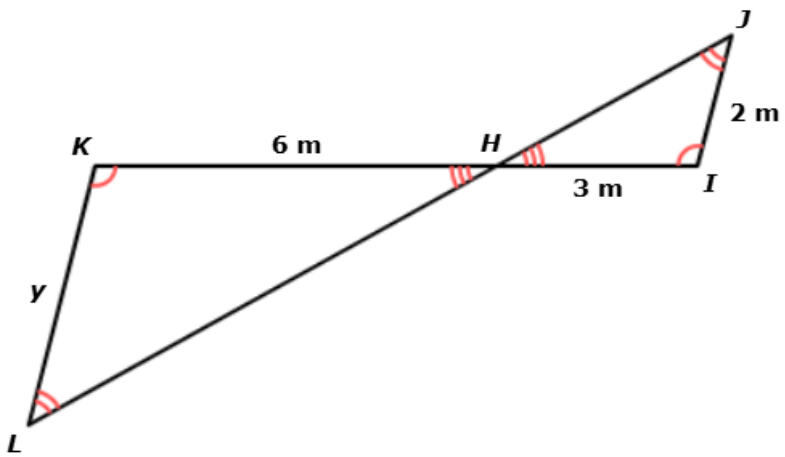


(د)

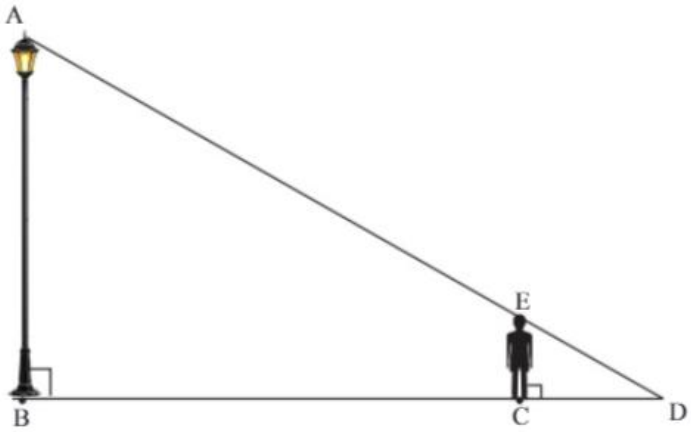


---

3) أمامك مثلثان متشابهان.
احسب قيمة y

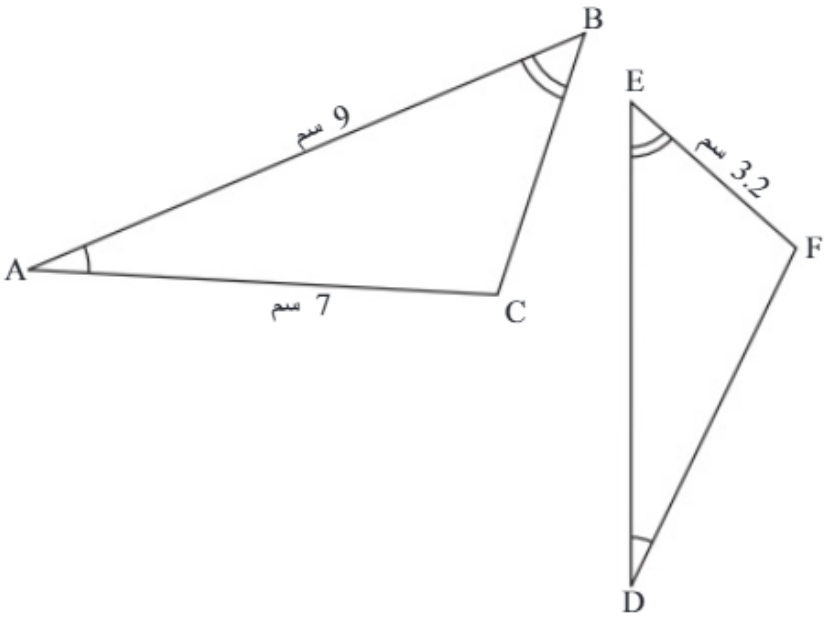


4) في ساعات المساء، عندما يكون مصباح عمود الانارة في الشارع مضاء، يتغيّر ظلّ شخص وفقًا لطوله ولبُعده عن عمود الانارة.
الشخص وأيضًا عمود الانارة مُعامدان لسطح الأرض.
أ- جد في الرسم الذي أمامك **مثلثين متشابهين**.
علل **لماذا المثلثان متشابهان**.



ب- معطى: بُعد الشخص عن عمود الانارة BC يبلغ 7 أمتار.
يبلغ طول ظلّ الشخص CD 2 متر.
احسب **نسبة التشابه** بين المثلثين ABD وبين المثلث ECD.

ج- معطى: طول الشخص 180 سم.
جد **ارتفاع عمود الانارة** AB.



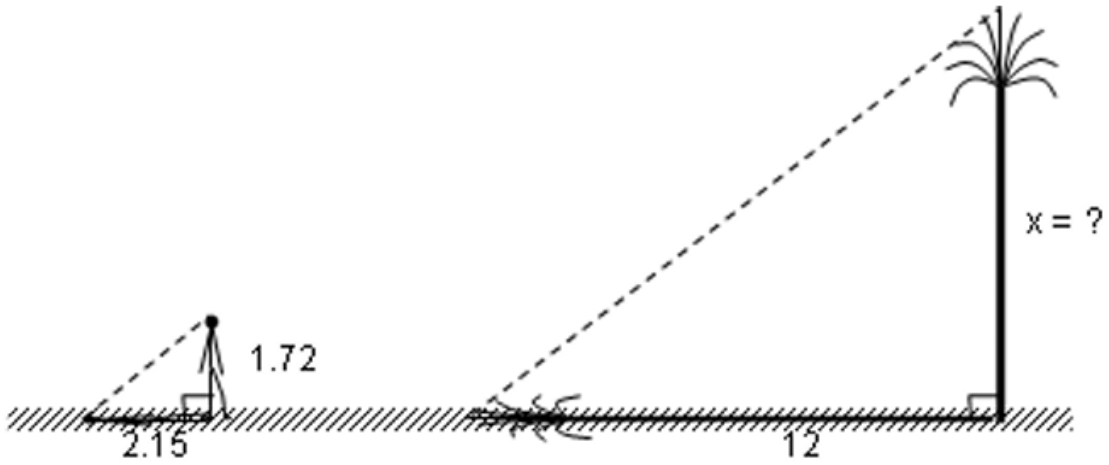
5) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$
نسبة التشابه هي: 1.25
أ- احسب **طول الضلع BC**.

ب- احسب **محيط المثلث ABC**:-

ج- ما هي **النسبة** بين محيط المثلث ABC وبين محيط المثلث DEF؟ _____

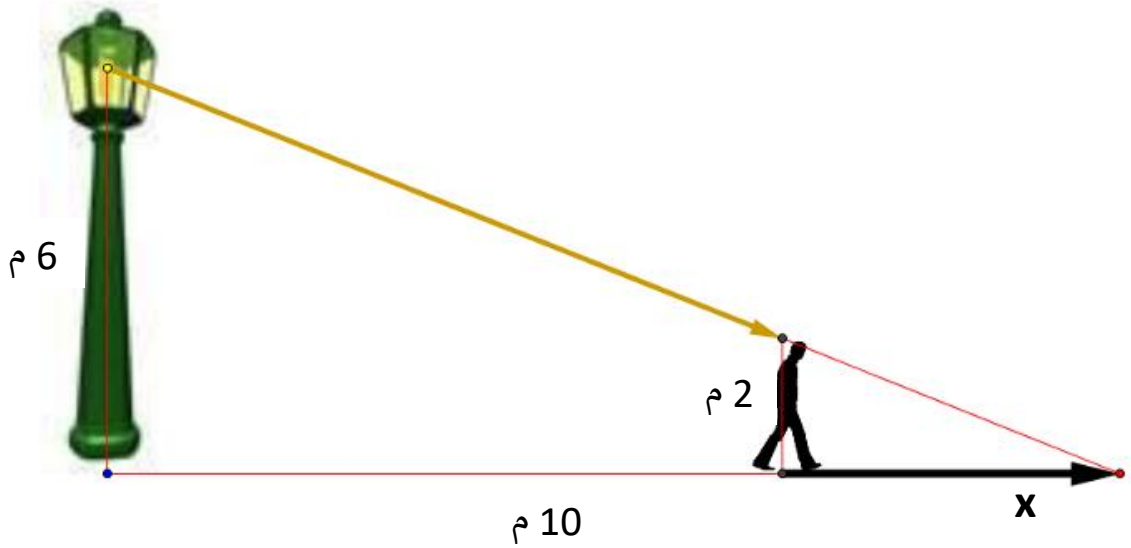
د- احسب **محيط المثلث DEF**:- **(بيّن طريقة حلّك)**

6) يقف رجل طوله 1.72 م تحت أشعة الشمس بجانب نخلة.
طول ظل الرجل 2.15 م وطول ظل النخلة بنفس الوقت 12 م.
ما هو ارتفاع النخلة؟ (اشعة الشمس تصنع نفس الزاوية مع النخلة ومع الرجل)



---

7) شخص طوله 2م يبعد عن منارة ارتفاعها 6 م.
ما هو طول ظل الشخص عندما يتواجد ببعد 10 م من المنارة؟

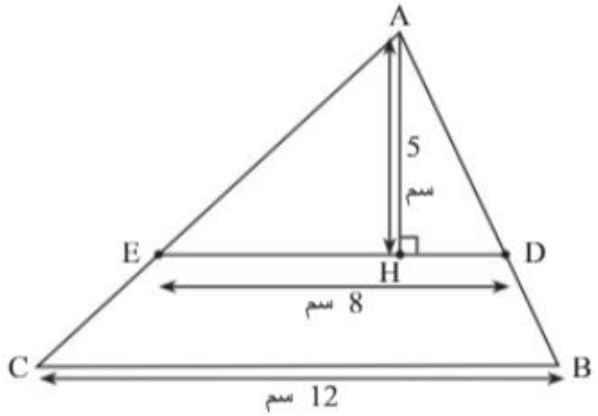


8) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

AH هو ارتفاع على الضلع ED.

أ- ما هي **النسبة** بين مساحة المثلث ABC

وبين مساحة المثلث ADE.

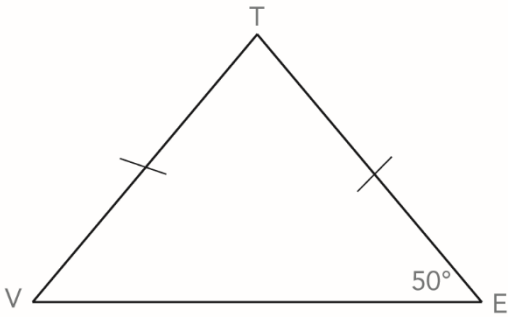


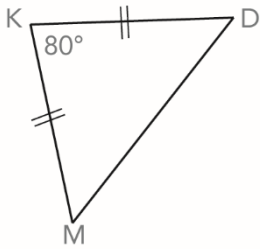
ب- جد **مساحة** المثلث ABC:- (**<u>بيّن طريقة حلّك</u>**)

---

9) في الرسم الذي أمامك، المثلّثان TEV وَ KDM هما مُتساوِيا الساقَيْن.

هل المثلّثان **مُتشابِهان**؟

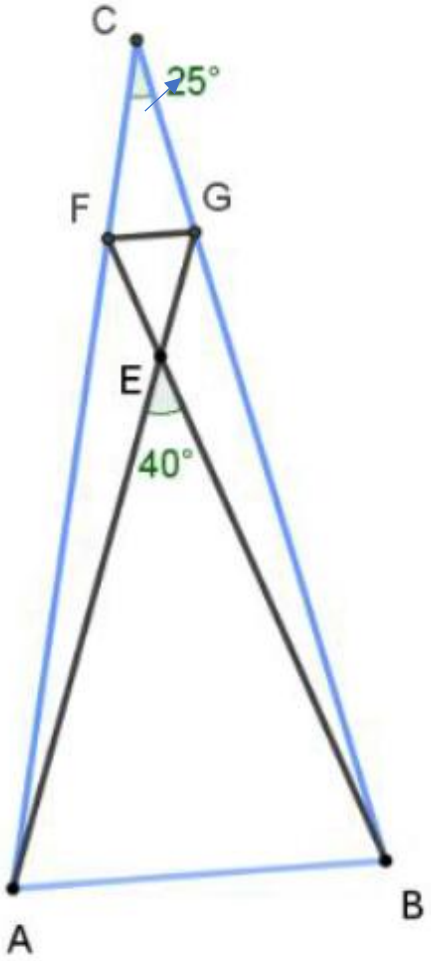




☐ نعم

☐ لا

اكتب طريقة الحلّ، وَعَلِّل إجابتك.



10) المثلث ABE هو مثلث **متساوي الساقين** (AE = BE).

زاوية رأسه تُساوي 40^0.

مدّوا ساقي المثلث ABE بحيث أن: **EF = EG**

النقاط F، A و C تقع على نفس المستقيم، والنقاط B، G و C تقع على نفس المستقيم.

$\measuredangle ACB = 25^0$

أ- برهن أن: $\Delta ABE \sim \Delta FGE$

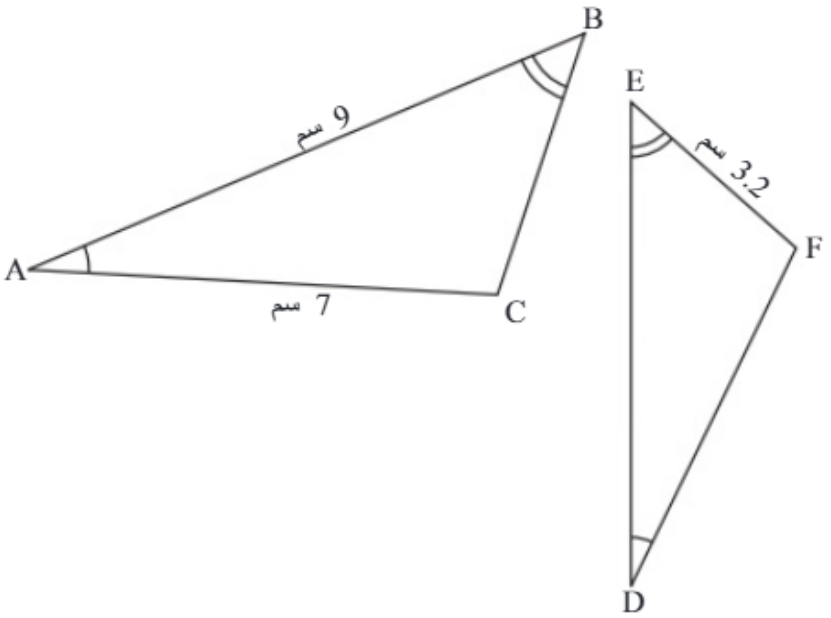
ب- جد **مقدار الزاوية** $\measuredangle AEF$. _____

ج- برهن أن: $\Delta BGE \cong \Delta AFE$

11) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

نسبة التشابه هي: 1.25

أ- احسب **طول الضلع BC**.

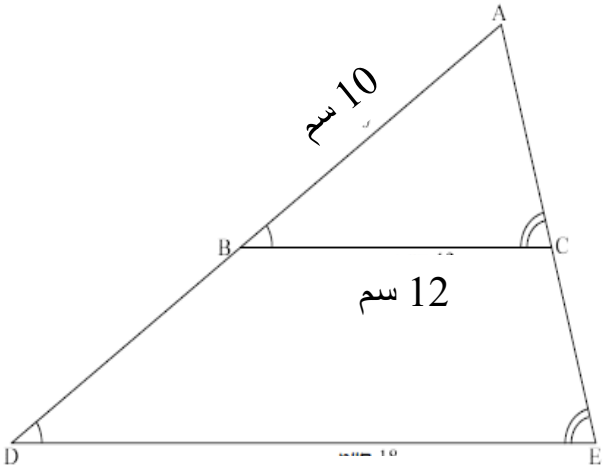


ب- احسب **محيط المثلث ABC**:-

ج- ما هي **النسبة** بين محيط المثلث ABC وبين محيط المثلث DEF؟ _____

د- احسب **محيط المثلث DEF**:- (**بيّن طريقة حلّك**)

12) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$



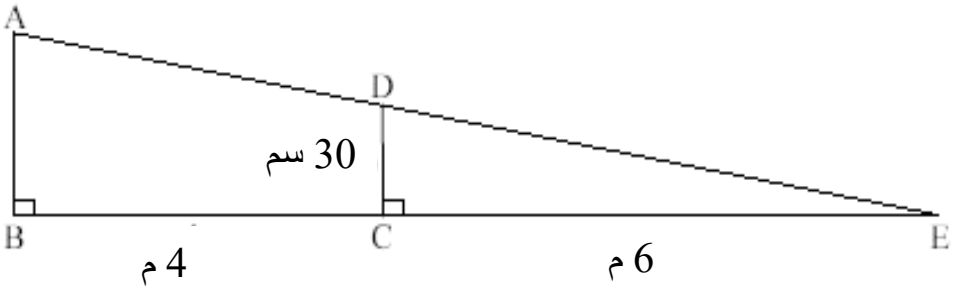
أ- جد **<u>نسبة التشابه</u>**؟

ب- احسب **<u>طول الضلع</u>** AD وبيّن طريقة حلّك.

ج- هل تستطيع حساب طول الضلع AE؟ اشرح

13) أمامك الرسم الآتي: –

أ– هل $\Delta EAB \sim \Delta EDC$ ؟



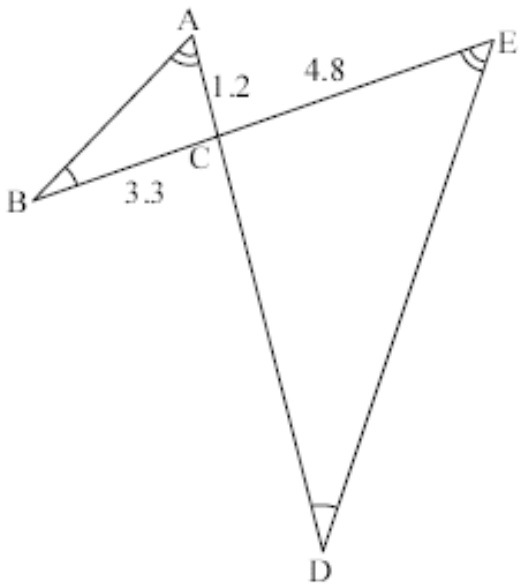
ب– احسب طول الضلع AB. بيّن طريقة حلّك وانتبه للوحدات.

ج– ما هي **<u>النسبة بين مساحة المثلثات</u>** ABE و DCE؟

(د) حلّ البند (ج) بطريقة مختلفة.

14) أمامك الرسم الآتية: – (**القياسات مسجّلة بوحدات سم**)

أ– علل لماذا **يتشابه المثلثان**؟



ب– احسب **نسبة التشابه** وبيّن طريقة حلّك.

ج– احسب طول الضلع DC. بيّن طريقة حلّك

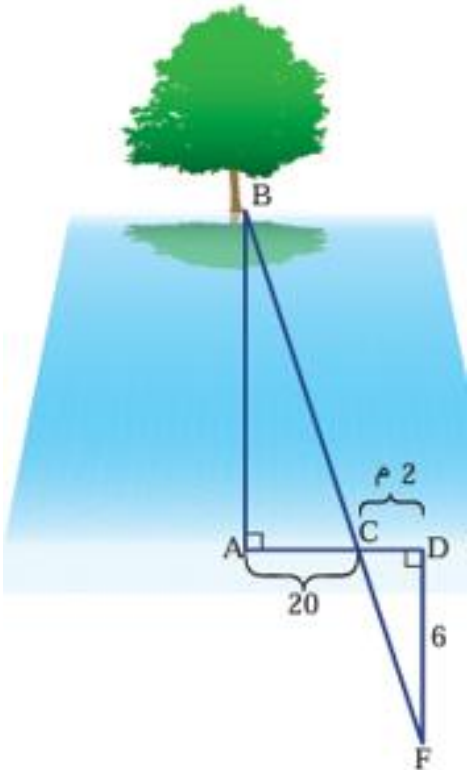
15) لقياس عرض النهر، غرز سامي أوتادًا بالطريقة التالية:

وتد في النقطة A التي تقع مقابل الشجرة على الضفة المقابلة.

وتد إضافي في النقطة C التي تقع على بُعد 20 م عن النقطة A.

وتدان إضافيان في النقطتين F، D.

تقع النقطة F على امتداد الشعاع بين الشجرة والوتد C.

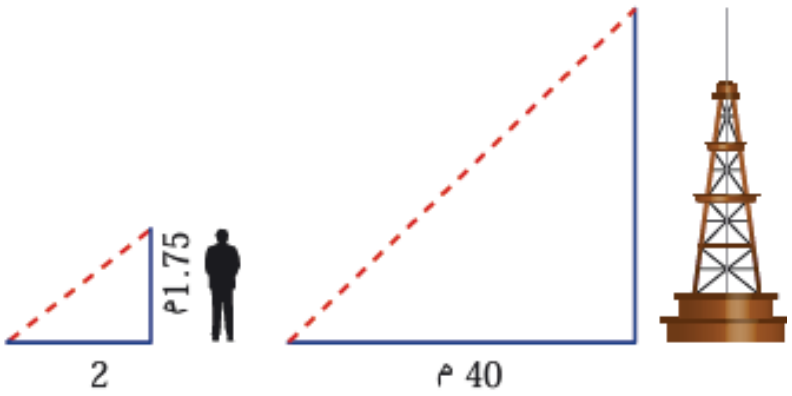


أ- هل المثلثان ΔABC و ΔDFC متشابهان؟ اشرح

ب- استعن بقياسات الرسمة واحسب عرض النهر AB.

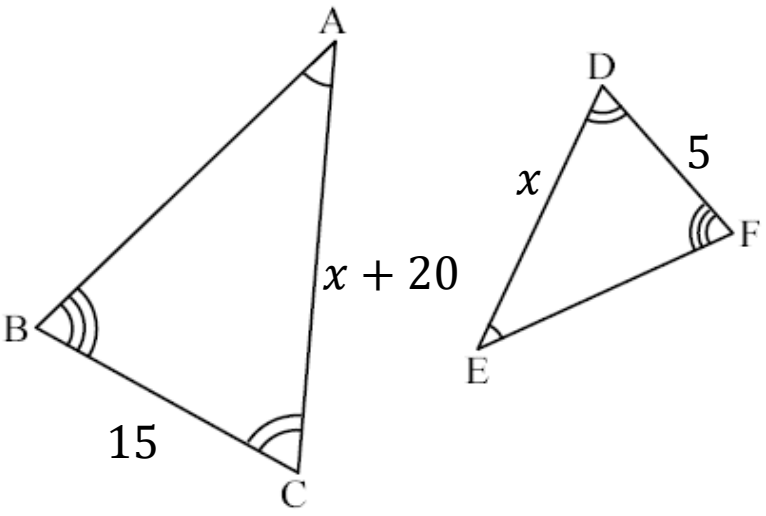
16) عامر الذي طوله 1.75 متر مهتم أن يعرف ارتفاع البرج. لذلك قام بيوم مشمس بإجراء القياسات التالية: طول ظله 2 متر وطول ظل البرج 40 متر.

جد ما هو ارتفاع البرج وبيّن طريقة حلك بالكامل مع الشرح.



17) معطى: $\Delta ABC \sim \Delta EFD$ (القياسات معطاة بالسم)

أ- جد **نسبة التشابه**.



ب- احسب **طول الضلعين**: AC و ED.

ED = _____ AC = _____

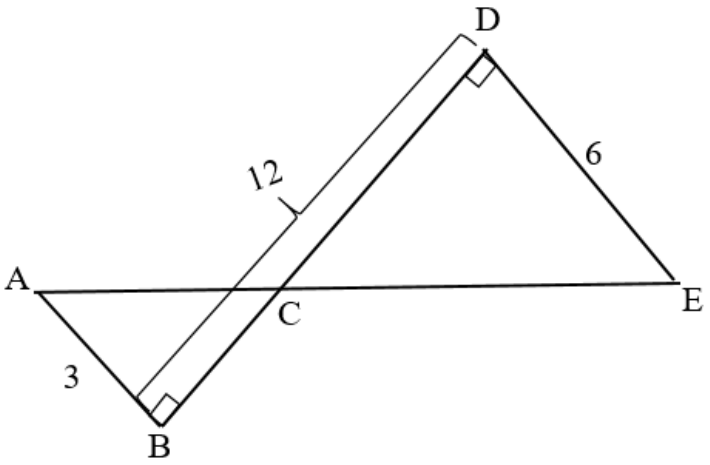
ج- محيط المثلث ΔABC هو 66 سم.

جد **طول الضلع** FE. فصّل حساباتك

FE = _____

18) امامك الرسمة المصغرة معطى مثلثان قائما الزاوية.

يتقاطع المستقيمان AE و BD في نقطة C. (أطوال الأضلاع بالسم)



أ- جد في الرسمة **مثلثان متشابهان**

سجّل **<u>التشابه</u>** بين المثلثين:

Δ_____~Δ_____

<u>اشرح لماذا يتشابه المثلثان:-</u>

ب- جد **<u>نسبة التشابه</u>**، ثمّ اشرح ماذا تعني هذه النسبة.

نسبة التشابه هي: _____

الشرح:_____

_____

ج- جد **<u>طول الضلعين</u>**: BC و CD.

BC = _____ CD = _____

د- معلوم أنّ طول الضلع CE هو 10 سم. جد طول الضلع AC؟ AC = _____

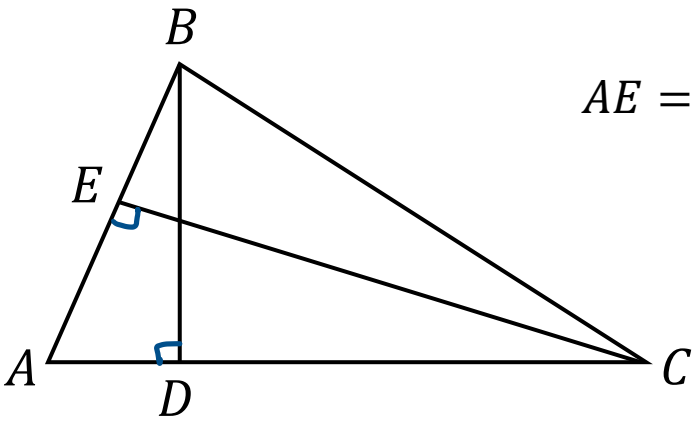
هـ كم **<u>ضعفاً</u>** مساحة المثلث EDC أكبر من مساحة المثلث ABC؟ اشرح

الجواب: _____

19) في المثلث ΔABC معطى ما يلي:

$BD \perp AC$ ، $CE \perp AB$ ،

$AC =$ 10 سم ، $AB =$ 8 سم ، $AE =$ 5 سم



أ- برهن: $\Delta ABD \sim \Delta ACE$

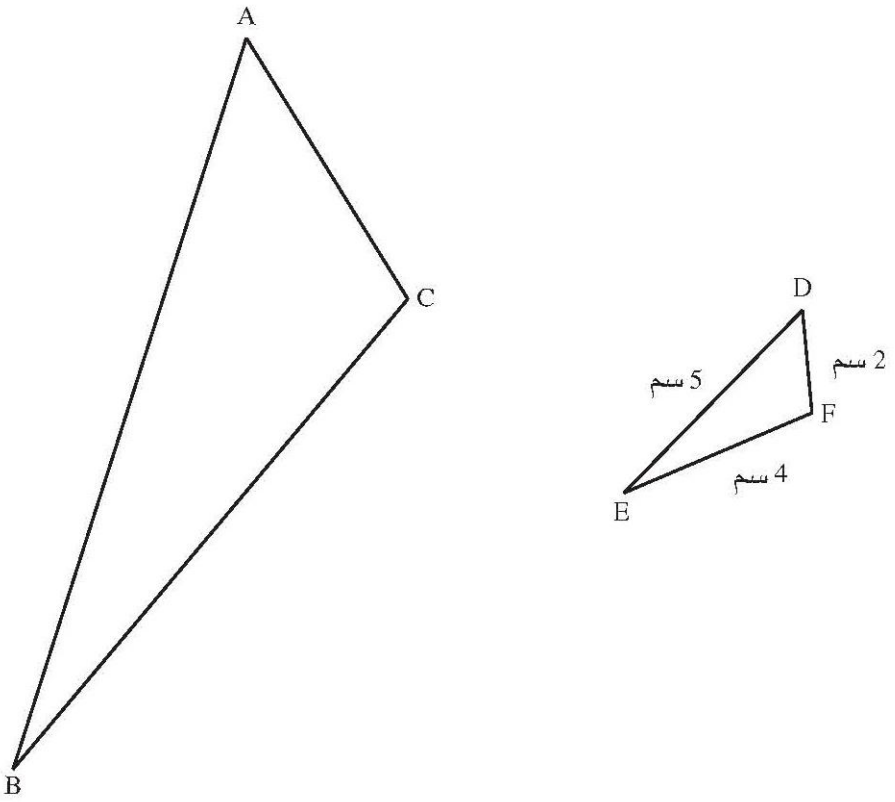
ب- احسب **<u>طول الضلع</u>** DC. فصّل حساباتك

DC = _____

20) أمامك رسم لمثلّثَيْن متشابهَيْن: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

(**<u>التشابُه مكتوب بحسب ترتيب الرؤوس المتناظِرة</u>**)

أطوال أضلاع المثلّث DEF مُعطاة في الرسم.



<u>نسبة التشابُه</u> بين المثلّث ABC والمثلّث DEF هي 1 : 3 .

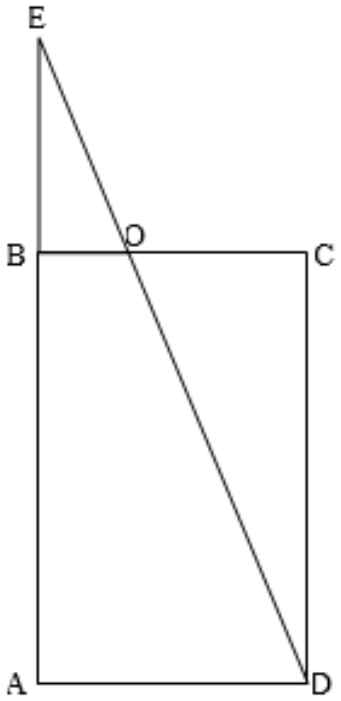
ما هو **<u>محيط المثلّث</u>** ABC بالسنتيمترات؟

الجواب: _____ سم

21) أمامك رسمٌ فيه المستطيل ABCD.

النقطة O تقع على الضلع BC.

امتدادا القطعتَيْن AB وَ DO يلتقيان في النقطة E.



أ. اشرحْ لماذا المثلّثان EBO وَ DCO **<u>متشابهان</u>**.

ب. مُعطى أنّ **نسبة التشابه** بين المثلّث EBO والمثلّث DCO هي 2 : 1 .

BO = 5 سم

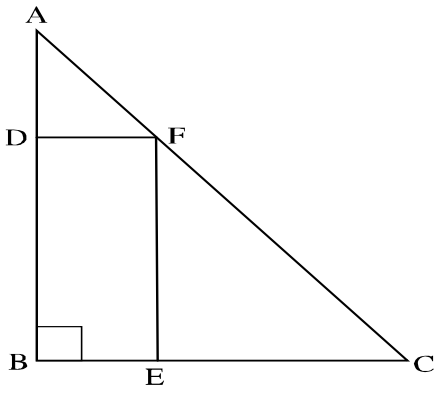
EB = 12 سم

ب 1) ما هو طول الضلع BC؟ الجواب: _____ سم

ب 2) ما هي **مساحة المستطيل** ABCD؟ الجواب: _____ سم^2

بيِّن طريقة الحلّ:

22) أمامك مثلّث قائم الزاوية ABC ($\measuredangle B = 90°$).



BDFE هو **مستطيل** محصور داخل المثلّث.

أ. اشرحْ لماذا المثلّثان ADF وَ ABC **متشابهان**.

ب. مُعطى أيضًا أنّ:-

DF = 5 سم

BC = 15 سم

AB = 18 سم

ب 1) ما هي **نسبة التشابه** بين المثلّثَيْن ABC ، ADF؟

الجواب: _____

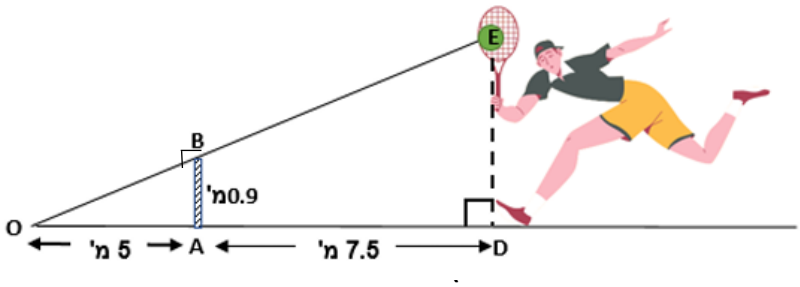
ب 2) ما هي **مساحة المستطيل** BDFE؟ بيِّن طريقة الحلّ:-

الجواب: _____ سم^2

23) أمعن النظر في الرسم الذي يوضّح مسار كرة التنس EO من النقطة E التي يضربها فيها اللاعب وحتى نقطة اصطدامها بالأرض من الجهة الأخرى من الشبكة O.

معطى: ارتفاع الشبكة AB هو 0.9 م
ارتفاع الكرة عن الأرض لحظة ضربها هو القطعة ED.

أ- جد مثلثين متشابهين واكتب التشابه مع الحفاظ على الترتيب الصحيح للرؤوس.



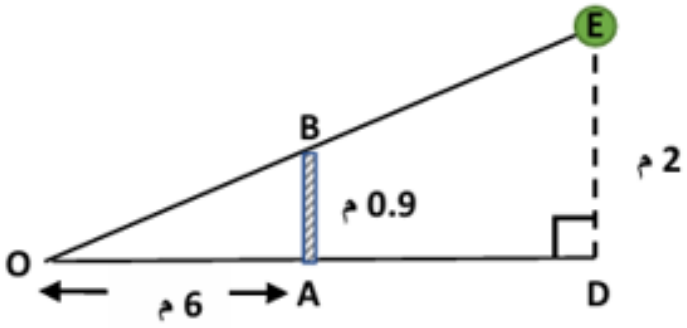
ب- معطى: OA = 5 م

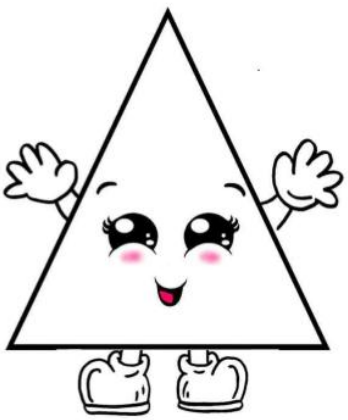
(1) **احسب ED** بيّن خطوات حلّك:

---

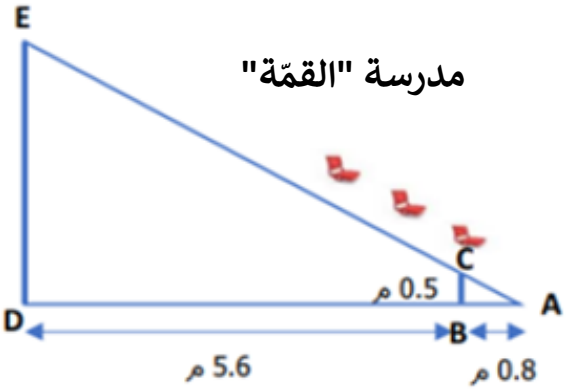
(2) **احسب OE** بيّن خطوات حلّك:

ج- بحسب قوانين اللعبة، يجب على اللاعب تامر الذي يريد أن يفتتح اللعبة ويضرب الضربة الافتتاحيّة أن يقف على بُعد 6.4 م على الأقل عن الشبكة.
ارتفاع الكرة لحظة ضربها كان 2 م، واصطدمت بالأرض على بُعد 6 م عن الشبكة من الجهة الأخرى.
هل **تستوفي ضربة تامر الافتتاحيّة شروط اللعبة**؟ اشرح وفصّل حساباتك





مدرسة "القمّة"



24) يبيّن الرسم التالي مقطعًا جانبيًا من المدرّج.
ارتفاع عمود الدعم الأول هو 0.5 م (BC)
وُبعده الافقيّ عن طرف المدرّج هو 0.8 م (AB)
والبُعد بين عموديّ الدعم الأول والأخير هو 5.6 م (BD)
كلّ عواميد الدعم متعامدة للأرض.

أ- جد **<u>مثلّثين متشابهين</u>** واكتب ملاءمة الرؤوس.

ب- احسب **ارتفاع المدرّج** (DE).

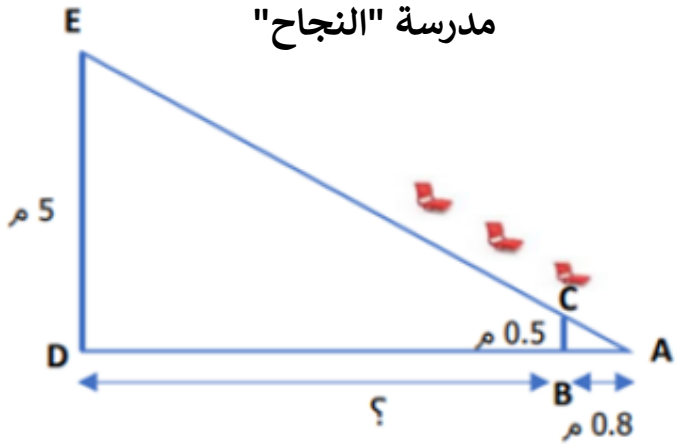
ج- احسب **طول المدرّج** (AE).

ملاحظة: اكتب حتى منزلتين بعد الفاصلة العشرية.

اشترت مدرسة "النجاح" مدرّجًا مطابقًا من حيث زاوية ميله $\measuredangle CAB$ وبُعد وارتفاع الكرسي الأول. لكنّه مختلف من حيث ارتفاعه. ارتفاع المدرّج هو 5 أمتار (DE).

د- احسب **البُعد (BD)** بين عمود الدعم الأوّل وعمود الدعم الأخير.

مدرسة "النجاح"



ه- احسب **طول القسم المخصص للجلوس (CE)**.

ملاحظة: اكتب حتى منزلتين بعد الفاصلة العشرية.