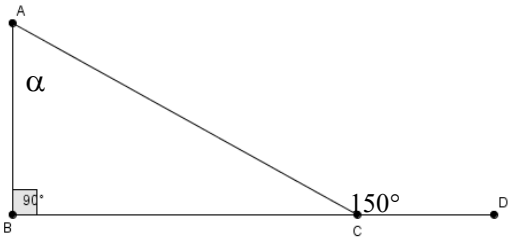
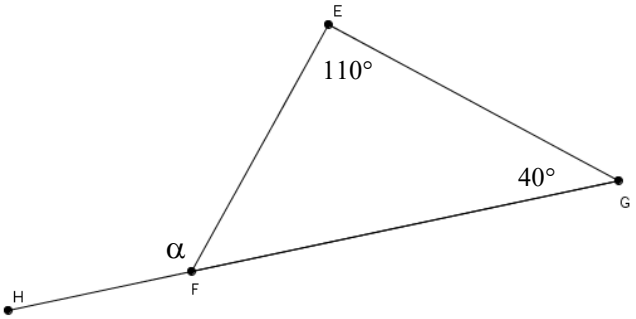
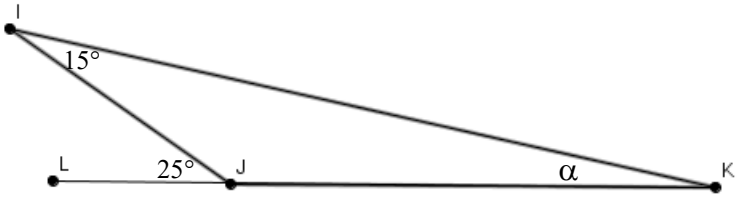
زاوية خارجية في المثلّث

ادّعاء: الزاوية الخارجية للمثلّث تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين لها ولذلك فأنّها أكبر من كل واحدة من الزوايا الداخلية غير المجاورة لها.

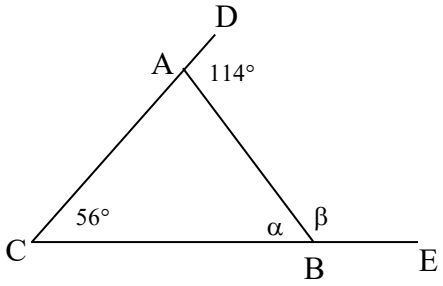
1. احسبوا مقدار الزاوية α في كل واحد من المثلّثات المعطاة: -





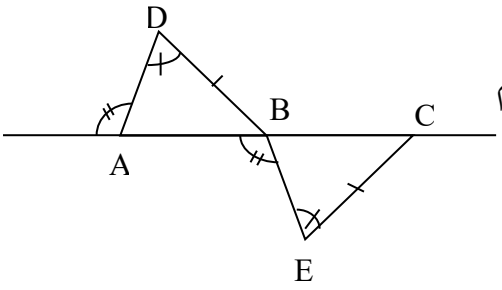


2) أ. احسبوا مقدار الزاوية α، β حسب المعطيات على الرسم.
ب. فسّروا كل مرحلة في الحساب.



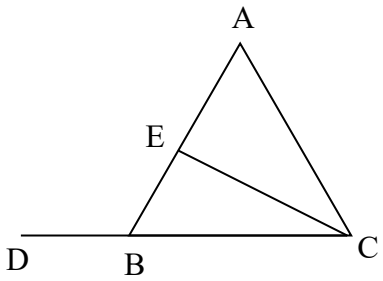
---

3) على المستقيم AC بنوا مثلثين: ABD، BEC
فسّروا بواسطة المعطيات المشار إليها في الرسم
<u>لماذا يتطابق المثلّثين</u>.



4) معطى مثلّث ABC. النقطة D تقع على امتداد BC.

النقطة E تقع على الضلع AB.



أكملوا:

∢DBA هي زاوية خارجية للمثلّث _____

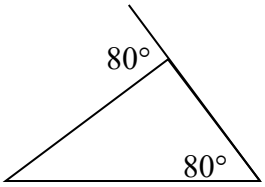
∢AEC هي زاوية خارجية للمثلّث _____

∢BEC هي زاوية خارجية للمثلّث _____

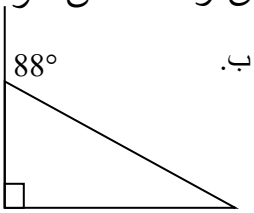
---

5) فسروا لماذا المعطيات في كل واحدة من الرسومات غير ممكنة:

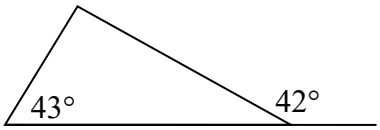
أ.



ب.



ت.

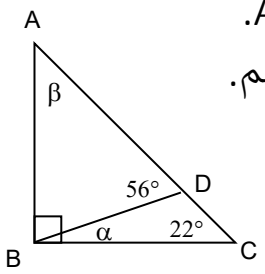


---

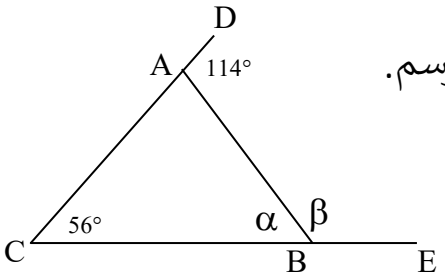
6) معطى مثلث قائم زاوية ABC. D نقطة على الضلع AC.

أ. احسب مقدار الزاوية α، β حسب المعطيات على الرسم.

ب. فسّر كل مرحلة في الحساب.



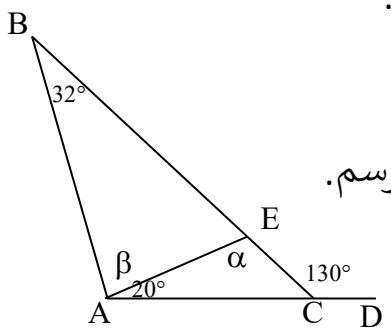
7) معطى مثلّث ABC. D نقطة علو امتداد الضلع AC.
E نقطة على امتداد الضلع CB



أ. احسبوا مقدار الزاويتين α، β حسب المعطيات على الرسم.
ب. فسّروا كل مرحلة في الحساب.

---

8) معطى مثلّث ABC. D نقطة على امتداد الضلع AC.



E نقطة على الضلع CB

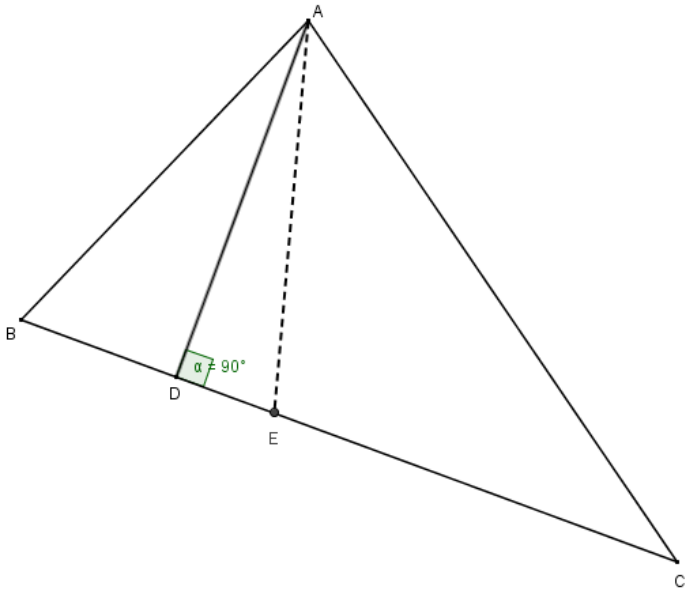
أ. احسب مقدار الزاوية α، β حسب المعطيات على الرسم.

ب. فسّر كل مرحلة في الحساب.

المتوسط في المثلّث

منصّف زاوية:-

هو قطعة مستقيمة تخرج من أحد رؤوس المثلّث وتنصّف الزاوية إلى قسمين متساويين.



ارتفاع:-

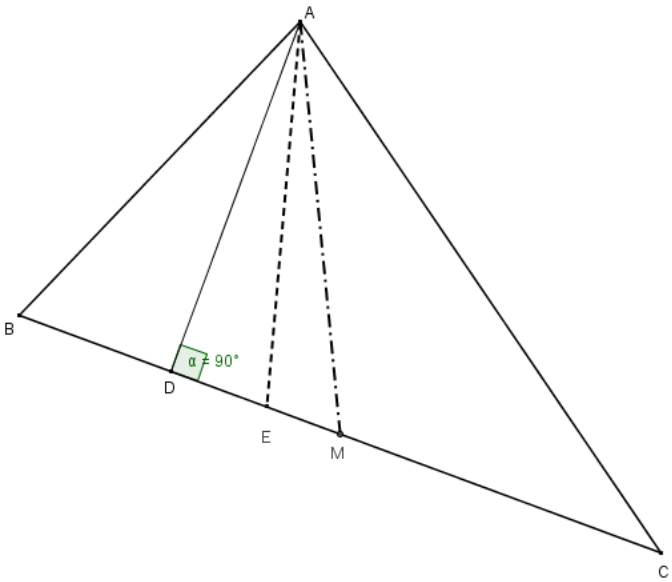
هو قطعة مستقيمة أحد أطرافها هو أحد رؤوس المثلّث والطرف الآخر يقع على الضلع المقابل أو على امتداد الضلع المقابل وهو يعامد هذا الضلع.

AD ارتفاع في المثلّث.

AE منصّف الزاوية A في المثلّث.

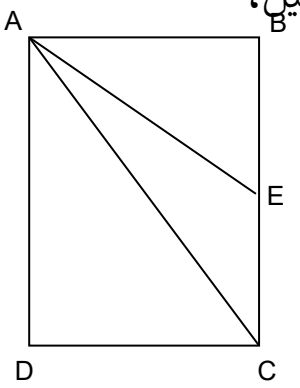
متوسّط في المثلّث:-

هو قطعة توصل بين رأس المثلّث مع منتصف الضلع المقابل له.



القطعة AM هي **متوسّط للضلع** BC في المثلّث ABC.

1- في الرسم أمامكم مستطيل ABCD. AC قطر المستطيل، و-AE متوسّط في المثلّث ABC.

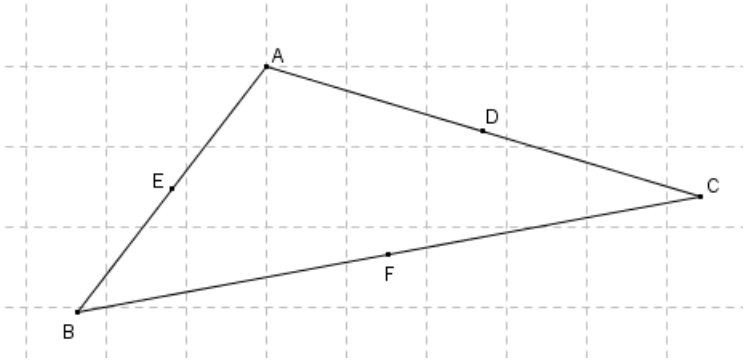


ما هي **النسبة** بين مساحة المثلّثين ABE و-AEC؟

استنتاج: **المتوسّط يقسم المثلّث إلى مثلّثين متساويين في المساحة**

2- النقاط D، E، F هي منصفات الأضلاع AC، AB، BC على التناظر.

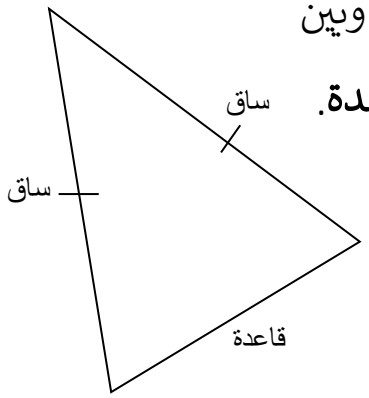
ارسم المتوسطات في المثلّث:-



مثلّث متساوي الساقين

تعريف: مثلّث متساوي الساقين – مثلّث فيه ضلعين متساويين

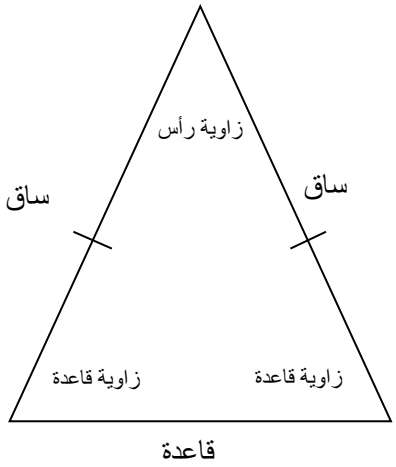
الأضلاع المتساوية تدعى **ساقان،** الضلع الثالث يدعى **قاعدة**.



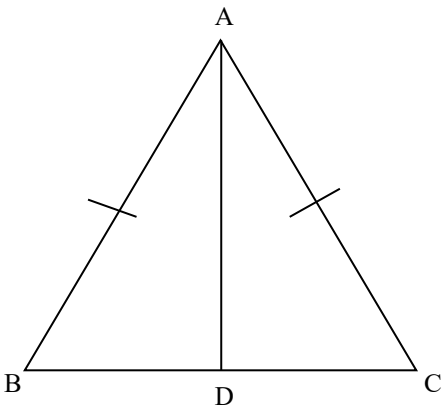
تعريف: زوايا في مثلّث متساوي الساقين

زاوية الرأس هي الزاوية المحصورة بين الساقين

زوايا القاعدة هي الزوايا المحصورة بين القاعدة وكل واحد من الساقين.



1. **في المثلث المتساوي الساقين أمامكم** AC = AB و- **AD منصّف الزاوية** <u>A</u>.



$\sphericalangle A = \alpha$

أ. أي مثلثين متطابقين؟ أكملوا تفسيرات التطابق:

AC = AB لانّ _____

AD = AD لانّ _____

$\frac{\alpha}{2} = \sphericalangle A_2 = \sphericalangle A_1$ لانّ _____

⇓

_____ حسب نظرية التطابق _____

ب. أكملوا: _____ = $\sphericalangle B$

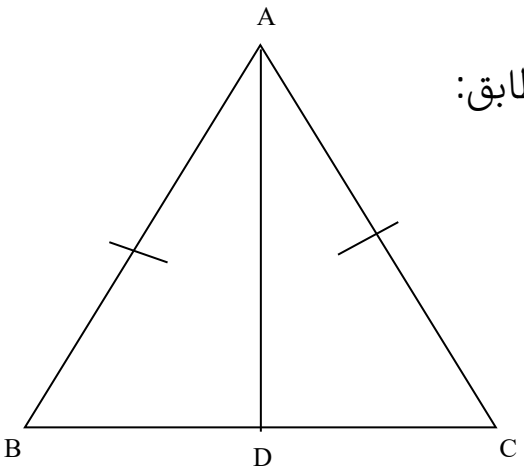
ت. أكملوا النظرية: في المثلّث المتساوي الساقين زاويتا القاعدة

_____

ث. أكملوا: _____° = _____ = $\sphericalangle BDA$, BD = _____

2. جـ. أكملوا النظرية: في المثلّث المتساوي الساقين منصّف زاوية الرأس يتطابق مع _____ ومع _____

3. في المثلّث المتساوي الساقين أمامكم AC = AB و- **AD متوسّط على الضلع BC**.



أ. أي مثلّثين متطابقين؟ أكملوا التفسيرات للتطابق:

AC = AB لانّ _____

AD = AD لانّ _____

BD = DC لانّ _____

⇓

_____ حسب نظرية التطابق _____

ب. أكملوا:

∢B = _____ _____

∢BAD = _____ _____

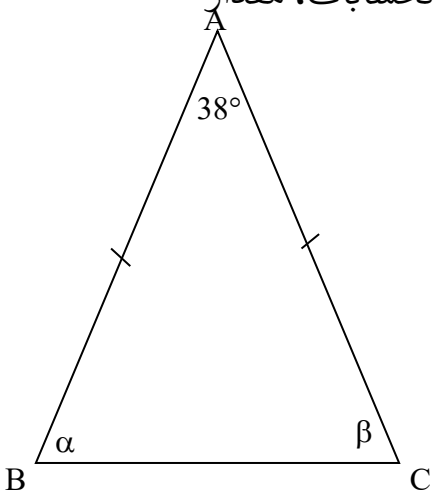
∢BDA = _____ = _____° _____

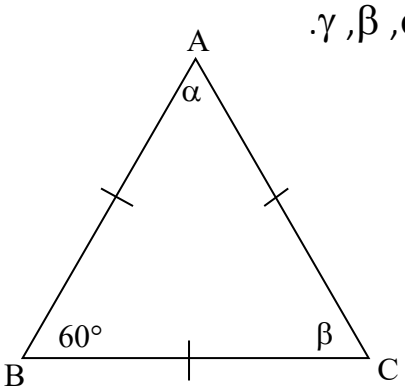
تلخيص: نظريات تم برهنتها

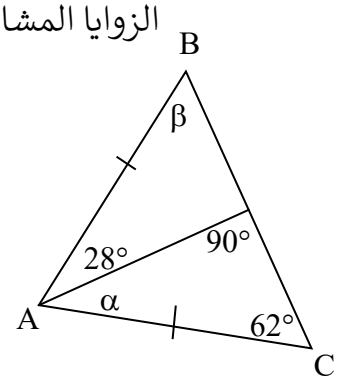
- في المثلّث المتساوي الساقين **زاويتا القاعدة متساويتان**.

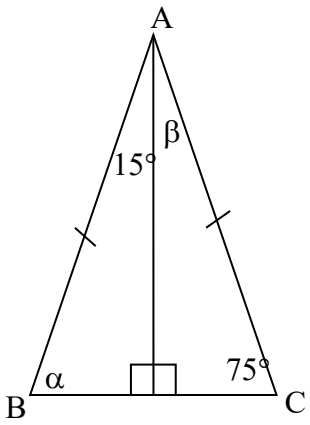
- في المثلّث المتساوي الساقين منصّف زاوية الرأس يتطابق مع الارتفاع على القاعدة والمتوسّط على القاعدة.

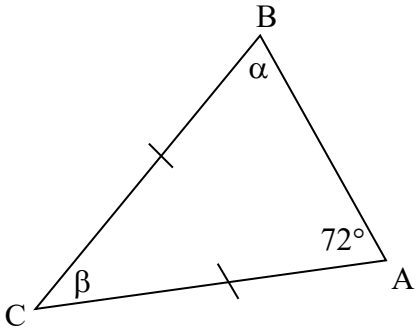
4. أمامكم مثلّثات متساوية الساقين ABC. الأضلاع المتساوية والزوايا المتساوية مشار إليها. حدّدوا بناءً على المعطيات في الرسم وبواسطة الحسابات، مقدار الزوايا المشار إليها بـ α, β, γ.

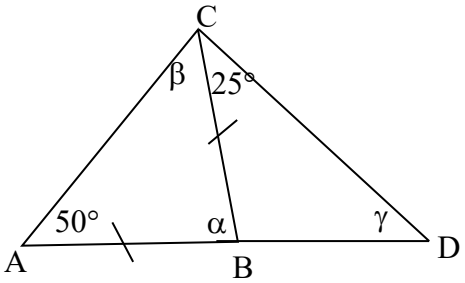




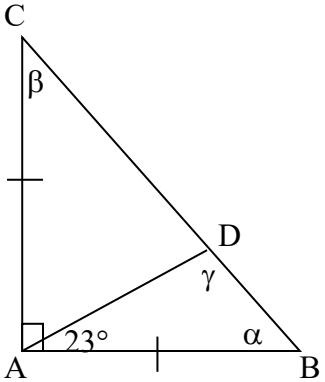


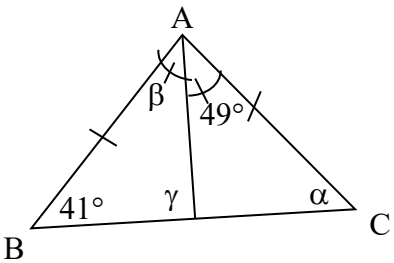


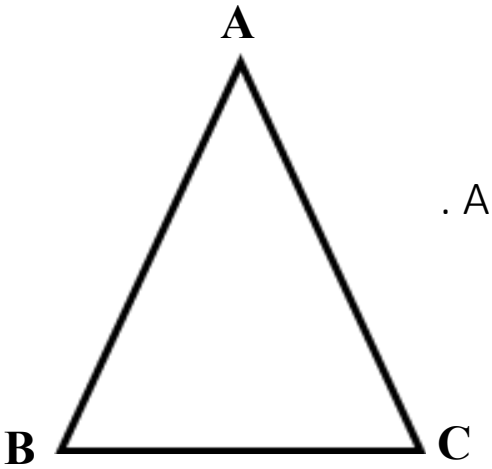




تقع على خط D، B، A







هيّا نحلّ تمارين متنوعة: -

1) مثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين AB = AC .
السّاق AB أكبر بـ 10 سم من القاعدة BC.
محيط المثلث هو 53 سم.
احسب طول السّاق وطول القاعدة.

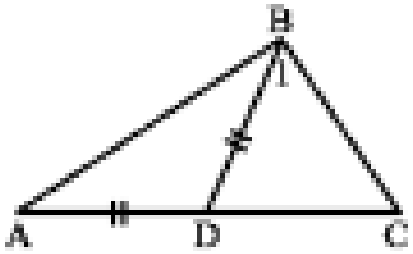
---

2) مثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين AB = AC.
طول السّاق أكبر مرتين من طول القاعدة.
محيط المثلث هو 55 سم.
احسب طول السّاق وطول القاعدة.

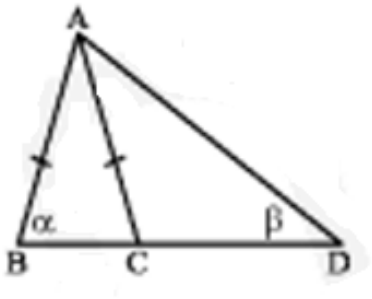
---

3) في مثلث متساوي الساقين زاوية الراس أصغر بـ 30 درجة من زاوية القاعدة. احسب زوايا المثلث.

4) في مثلث متساوي الساقين زاوية الراس أكبر بـ 21 درجة من زاوية القاعدة. احسب زوايا المثلث.



5) النقطة D تقع على AC
معطى: ΔADB هو مثلث متساوي السّاقين
$\measuredangle C = 30^0$ ، $\measuredangle BAD = 40^0$
احسب: $\measuredangle B_1 = ?$



6) معطى: ΔABC هو مثلث متساوي السّاقين
النقطة D تقع على امتداد القاعدة BC
اشرح لماذا $\alpha > \beta$

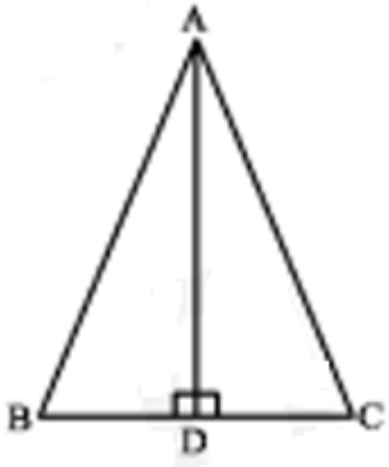
7) معطى: ΔABC هو مثلث متساوي السّاقين(AB = AC)

$AD \perp BC$

DC = 5

AD = 12

أكمل: -



BD = ?

$S_{\Delta ABC} = ?$

---

8) ΔDEF مثلث متساوي السّاقين DE = DF

DA هو **متوسط** للضلع EF

EA = 8 سم

طول السّاق DF يساوي 5 اضعاف طول القاعدة EF.

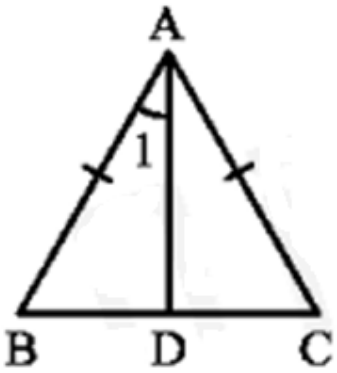
<u>احسب محيط المثلث</u>

9) ΔABC مثلث متساوي السّاقين AB = AC

DA ينصّف زاوية الرأس $\measuredangle BAC$

معطى: $\measuredangle A_1 = 36^0$

احسب: $\measuredangle B = ?$

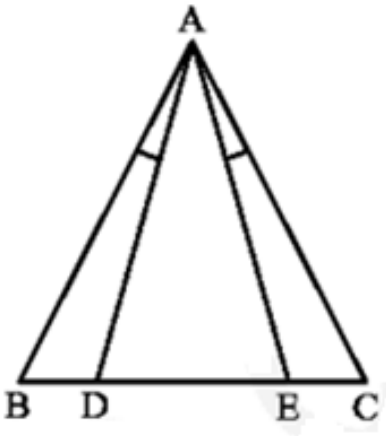


---

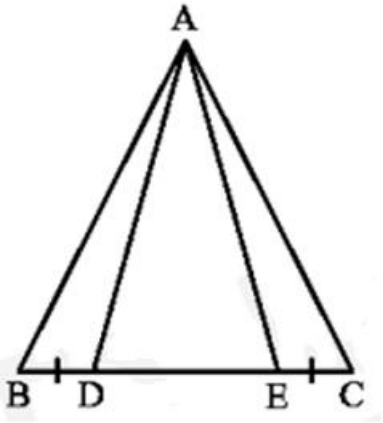
10) ΔABC مثلث متساوي السّاقين AB = AC

معطى: $\measuredangle BAD = \measuredangle CAE$

أ- $\Delta ABD \cong \Delta ACE$ اشرح لماذا؟



ب- سجّل **<u>ماذا ينتج من التطابق</u>**: -



11) ΔADE هو مثلث متساوي السّاقين AD = AE
معطى: BD = EC

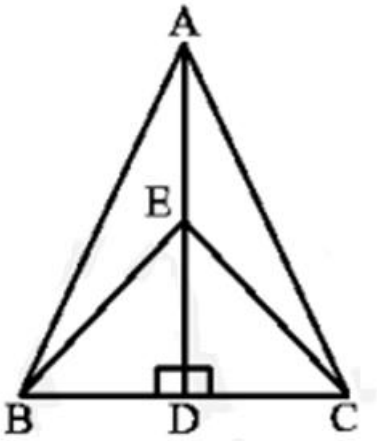
أ- أكمل: $\measuredangle ADB =$ _____

ب- $\Delta ABD \cong \Delta ACE$ اشرح لماذا؟

ج- سجّل ماذا **ينتج من التطابق**.

د- من التطابق ينتج: ΔABC هو مثلث _____

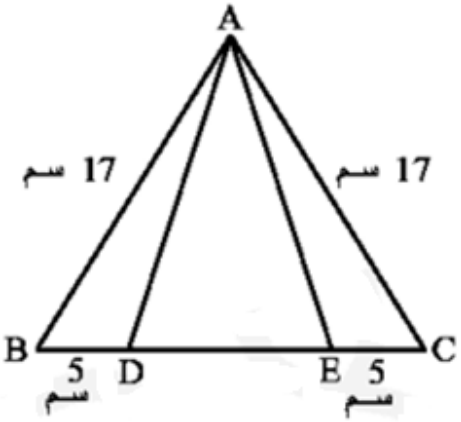
هـ- هل: $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ اشرح



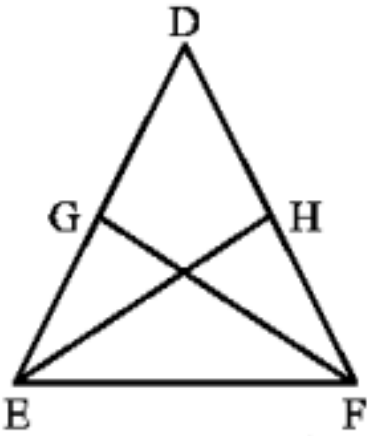
12) ΔABC هو مثلث متساوي السّاقين $AB = AC$
معطى: $AD \perp BC$
اشرح لماذا المثلث BEC هو **مثلث متساوي السّاقين**.

---

13) اشرح لماذا المثلث ΔADE هو **مثلث متساوي السّاقين اعتمادًا على المعطيات في الرسم**

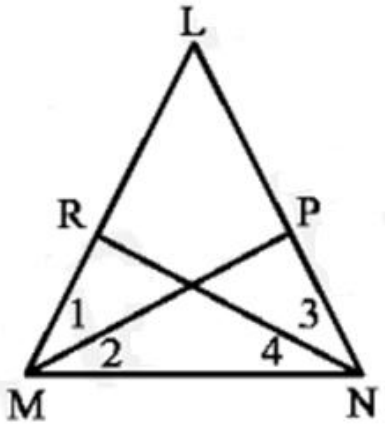


أسئلة للإثراء



1) ΔAEF هو مثلث متساوي الساقين DE= DF
FG و EH هما **متوسطان للسّاقين**.

المطلوب برهان: FG = EH

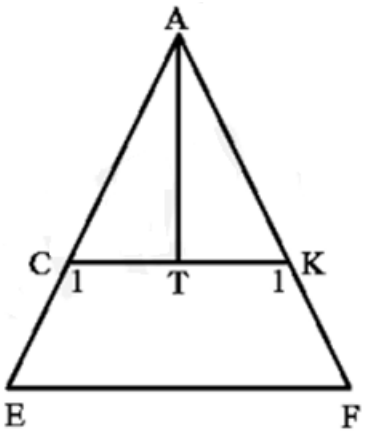


2) ΔLMN مثلث متساوي السّاقين LM = LN

$\measuredangle M_1 = \measuredangle M_2$

$\measuredangle N_3 = \measuredangle N_4$

المطلوب برهان: NR = MP



3) AT هو **<u>ارتفاع ومتوسّط</u>** في المثلث ΔACK

CE = KF

أ- هل: $\Delta AKT \cong \Delta ACT$ برهن التطابق: -

ب- برهن أن: $\measuredangle C_1 = \measuredangle K_1$

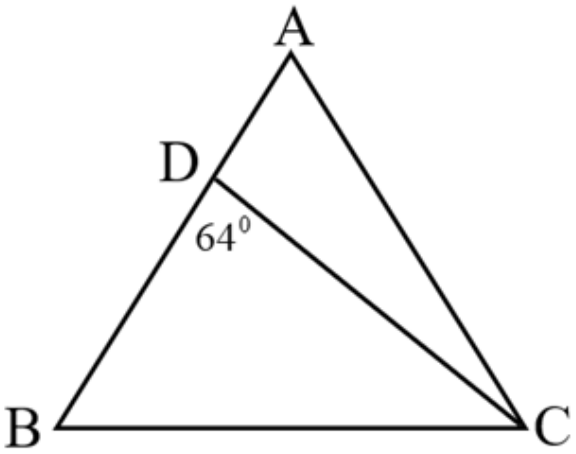
ج- هل ΔAEF هو **<u>مثلث متساوي السّاقين</u>**؟ اشرح

هيّا نراجع ونتمرّن

1) مثلث ΔABC متساوي السّاقين $(AB = AC)$.

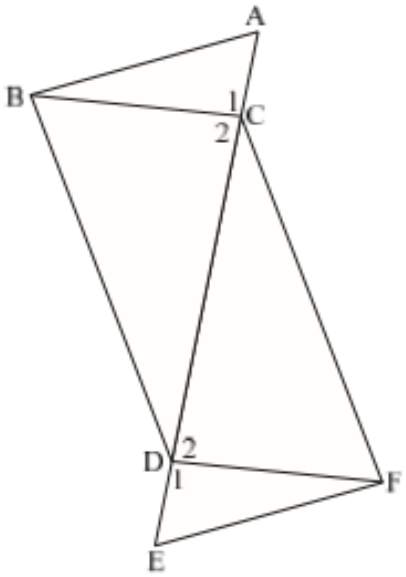
معطى: $CD = BC$

$\measuredangle CDB = 64^0$



أ- احسب $\measuredangle DCB$

ب- احسب $\measuredangle A$:-



2) أمامك الرسم التالي: -
النقاط A, C, D, E على نفس المستقيم.

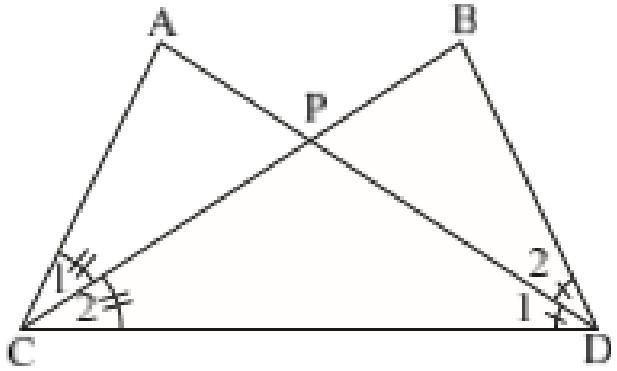
معطى:
$\Delta ABC \cong \Delta EFD$

أ- أكتب **ست المتساويات** الناتجة عن التطابق.

ب- **فسّر**: $\measuredangle D_2 = \measuredangle C_2$

ج- **برهن أن**: - $\Delta ACD \cong \Delta FDC$

3) أمامك الرسم التالي: -



$\measuredangle C_1 = \measuredangle C_2$

$\measuredangle D_1 = \measuredangle D_2$

$\measuredangle BDC = 64^0$

$\measuredangle ACP = 32^0$

أ- برهن أن: -

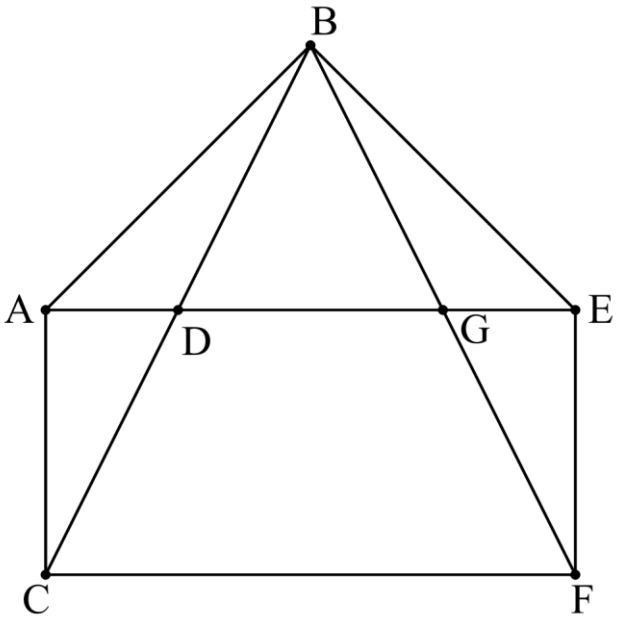
$\Delta ACD \cong \Delta BDC$

ب- برهن أن: -

$\Delta ACP \cong \Delta BDP$

4) أمامك المستطيل AEFC،
و ΔBAE هو مثلث متساوي السّاقين
$(BA = BE)$

أ- **برهن**: $\Delta BAC \cong \Delta BEF$



ب- معطى: $\measuredangle ABC = 17^0$ ، $\measuredangle BAE = 48^0$

احسب مقدار الزاوية _____ $\measuredangle BFE =$ (<u>اشرح طريقة حلّك</u>)

ج- ΔBCF هو مثلث: _____

(متساوي الأضلاع، متساوي الساقين، مختلف الأضلاع)