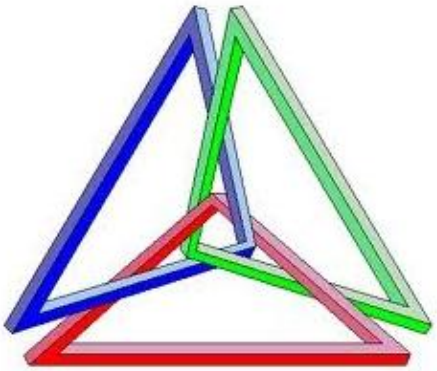
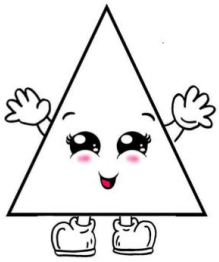
هيّا نتعلّم ونتمرّن في موضوع
مثلثات متطابقة
للصف الثّامن



الاسم: _____

الصف: _____ الشعبة: _____

السنة الدراسيّة: _____



المصدر: رياضيات للصّف الثامن (الجزء الأول) – جابي يكوئيل

المركز القطري لمعلمي الرياضيات للمرحلتين الإعدادية والثانوية

مثلثات متطابقة، متوسط في المثلّث ومثلّث متساوي الساقين

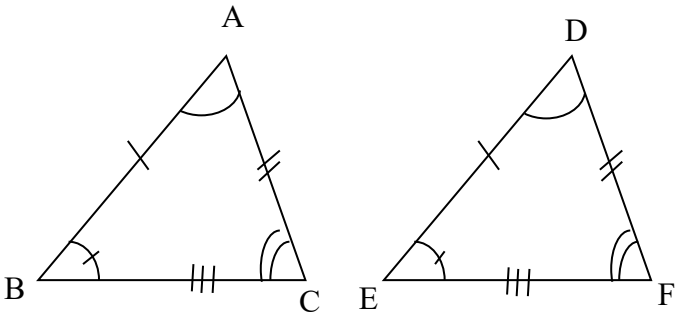
شكلان يدعيان متطابقان إذا استطعنا أن نضع الواحد على الأخر، بحيث يغطيه بالضبط (لذلك يمكن إزاحة، تدوير وقلب الأشكال).

اذا تطابق المثلّثين ΔAB و ΔDE ، فانّ الكتابة المتّبعة لرمز التطابق هي:

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$

في المثلّثات المتطابقة كلّ الأضلاع المتناظرة متساوية

والزوايا المتناظرة متساوية



$AB = DE$

$AC = DF$

$BC = EF$

$\measuredangle A = \measuredangle D$

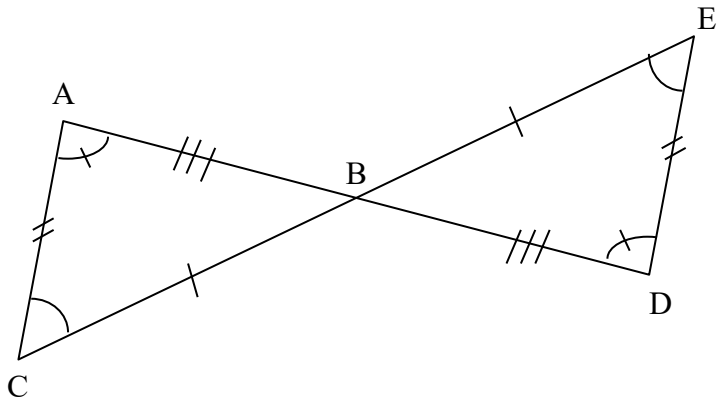
$\measuredangle B = \measuredangle E$

$\measuredangle C = \measuredangle F$

وعلى العكس، إذا تساوت كلّ أضلاع مثلّث مع أضلاع مثلّث آخر وتساوت كل زواياه مع زوايا المثلّث الآخر، فانّ المثلثين متطابقان.

ملاحظة: من المتّبع تسجيل المثلّثان بحسب تناظر الرؤوس

1) تتقاطع القطعتان AD و- EC في النقطة B. حسب المعطيات المشار إليها في الرسم فسّر **لماذا يتطابق المثلّثين**؟ وسجّل التطابق بكتابة رياضية.



الحل:

_____ _____

_____ _____

_____ _____

⇓

_____

تذكير:

في المثلّثات المتطابقة

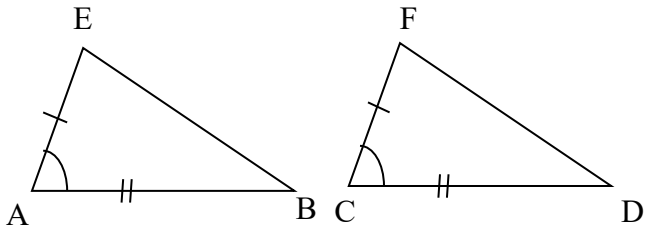
كلّ الأضلاع المتناظرة متساوية

وكلّ الزوايا المتناظرة متساوية

نظرية التطابق: ضلع، زاوية، ضلع

تطابق حسب ضلعين وزاوية محصورة بينهما (ض.ز.ض): إذا تساوى ضلعا مثلّث مع ضلعي مثلّث آخر، وتساوت الزاويتان المحصورتان بينهما، تطابق المثلّثين.

بكتابة رياضية:



AE = CF (معطى)

AB = CD (معطى)

$\measuredangle A = \measuredangle C$ (معطى)

$\Downarrow$

$\Delta AEB \cong \Delta CFD$ حسب نظرية التطابق **ض.ز.ض**.

نتج من التطابق:-

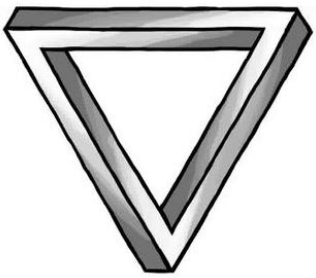
EB = FD

$\measuredangle E = \measuredangle F$

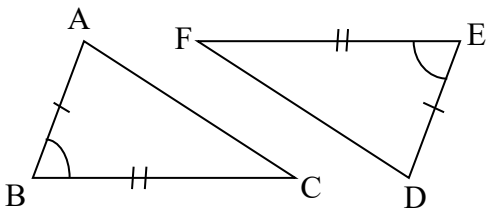
$\measuredangle B = \measuredangle D$

https://www.geogebra.org/m/PbksvedM

ملاحظة: في مثلّثات متطابقة تقابل أضلاعا متساوية زوايا متساوية وتقابل زوايا متساوية أضلاعا متساوية.



مثال: -



معطى:

$$DE = AB$$

$$EF = CB$$

$$\measuredangle E = \measuredangle B$$

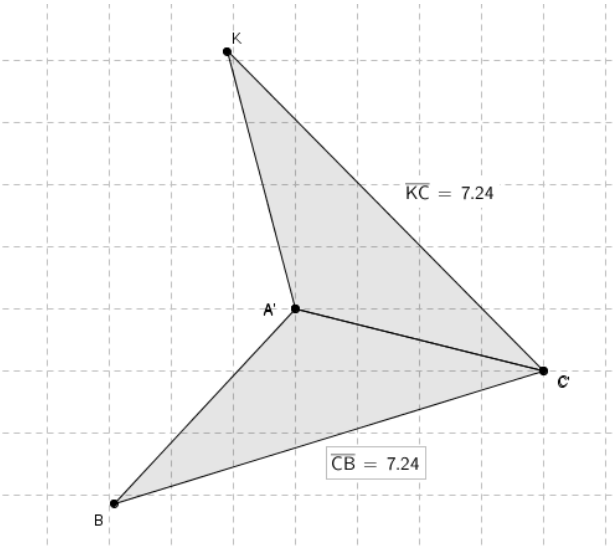
$$\Downarrow$$

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$ (حسب نظرية التطابق ض.ز.ض)

$$\Downarrow$$

$$FD = AC \text{ ، } \measuredangle D = \measuredangle A \text{ ، } \measuredangle C = \measuredangle F$$

في مثلثات متطابقة مقابل أضلاع متساوية يوجد زوايا متساوية والعكس صحيح



1) معطى AC **منصّف زاوية** KCB

حسب المعطيات المشار إليها في الرسم

فسّر لماذا يتطابق المثلّثين؟

وسجّل التطابق بكتابة رياضية.

_____

_____

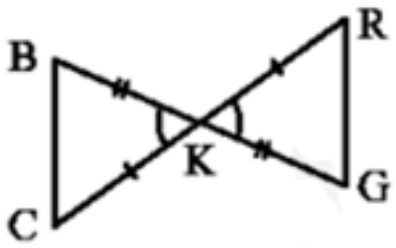
_____

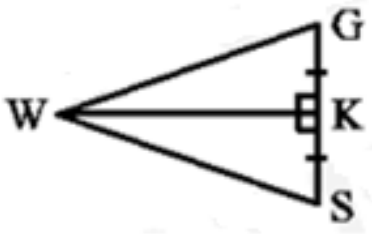
$$\Downarrow$$

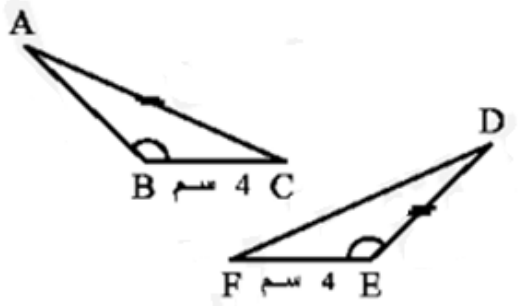
_____

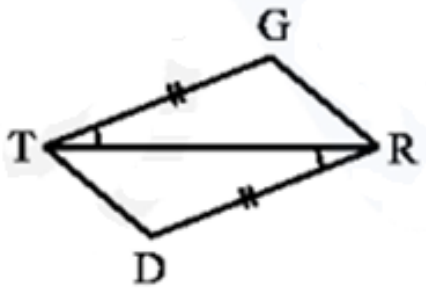
هيّا نتمرّن

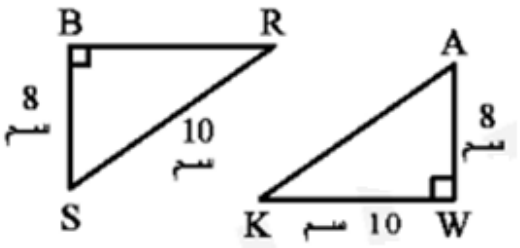
1) حدد هل المثلثان متطابقان وفق النظرية ض. ز. ض. علل

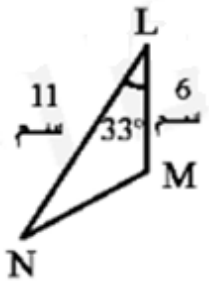


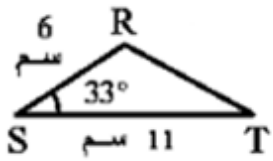




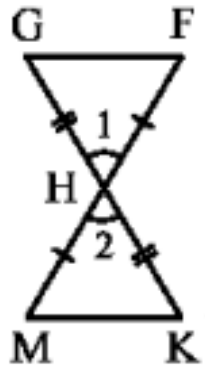








2) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ض. ز. ض**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

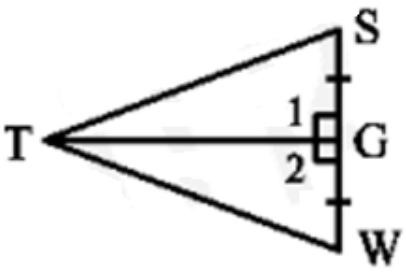
_____

_____

_____

---

3) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ض. ز. ض**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

_____

_____

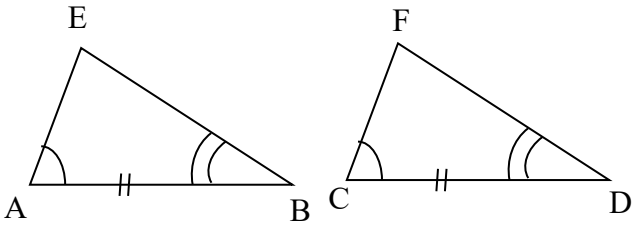
_____

نظرية التطابق: زاوية، ضلع، زاوية

تطابق حسب زاويتين وضلع محصور (ز.ض.ز):

إذا تساوت زاويتان في مثلّث مع زاويتين في مثلث آخر، وتساوى الضلعان المحصوران بين الزاويتين، تطابق المثلّثان.

بكتابة رياضية:



$AB = CD$ (معطى)

$\sphericalangle A = \sphericalangle C$ (معطى)

$\sphericalangle B = \sphericalangle D$ (معطى)

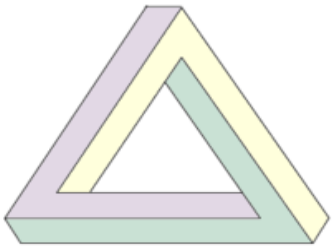
$\Downarrow$

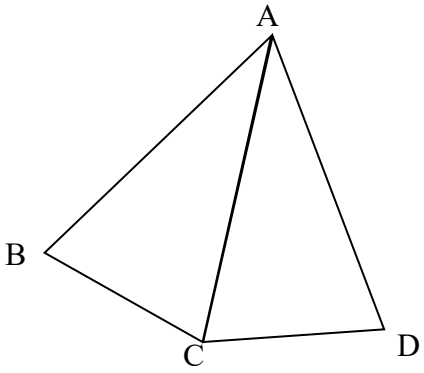
$\Delta AEB \cong \Delta CFD$ حسب نظرية التطابق **ז.ض.ז**.

نتج من التطابق: $AE = CF$، $EB = FD$، $\sphericalangle E = \sphericalangle F$

https://sites.google.com/site/mathamakimtavor/zavitzelazavit

ملاحظة: في مثلّثات متطابقة تقابل أضلاعًا متساوية زوايا متساوية وتقابل زوايا متساوية أضلاعا متساوية.





1) معطى:

AC **منصّف زاوية** A **ومنصّف زاوية** C

حسب المعطيات المشار إليها في الرسم فسّر **لماذا يتطابق المثلّثين**؟ وسجّل التطابق بكتابة رياضية.

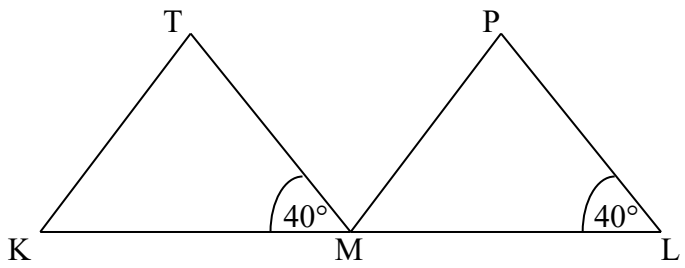
_____

_____

_____

⇓

_____



2) معطى: M منتصف القطعة KL

$\measuredangle TKM = \measuredangle PML$

حسب المعطيات المشار إليها في الرسم فسّر **لماذا يتطابق المثلّثين**؟

سجّل التطابق بكتابة رياضية.

_____

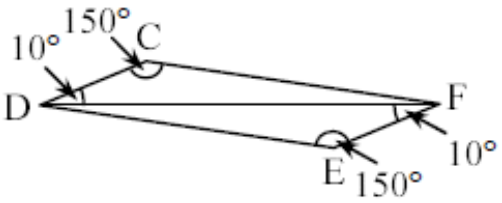
_____

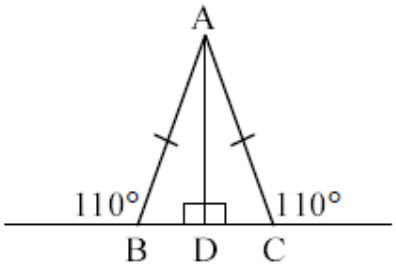
_____

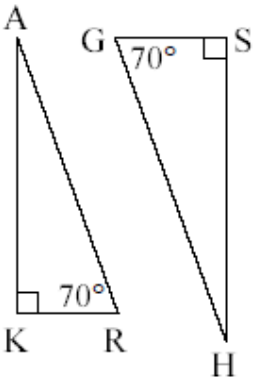
⇓

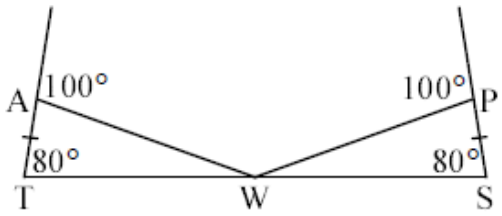
_____

3) هل المثلثان متطابقان؟ أكتب النظرية المناسبة



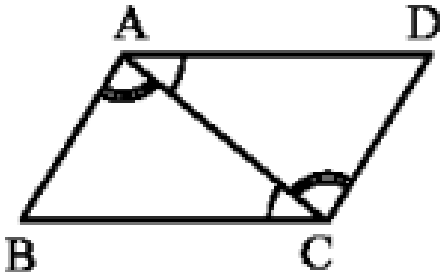






---

4) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ز. ض. ز**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

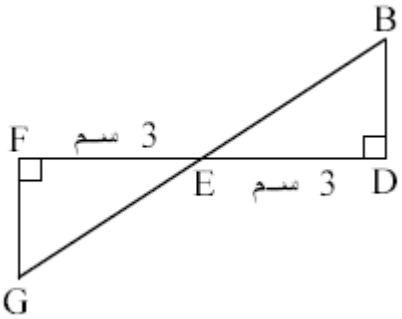
ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

5) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ز. ض. ز**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

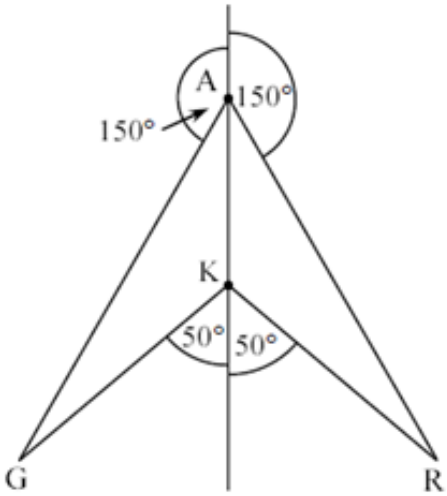
_____

_____

_____

---

6) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ز. ض. ز**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

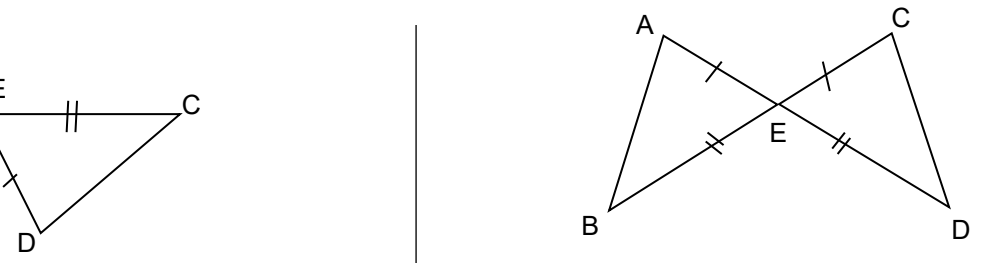
_____

_____

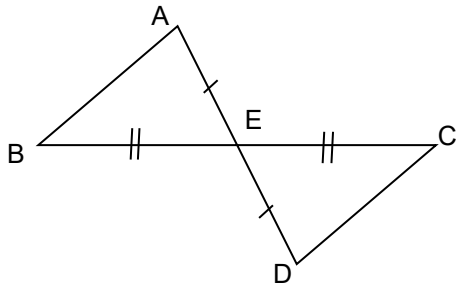
_____

7) AD و BC قطعتان مستقيمتان متقاطعتان.

في أي من الرسوم من الممكن أن نستنتج أنّ $\measuredangle B = \measuredangle D$ ؟



معطى: $AE = CE$، $BE = DE$

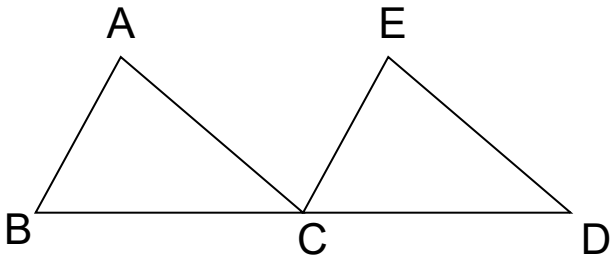


معطى: $AE = DE$، $BE = CE$

---

8) أمامكم مثلّثين: ΔABC و ΔECD

معطى: $AB||EC$، $ED||AC$، C منتصف القطعة BD.



حدّد ما إذا كان **<u>المثلثان متطابقين</u>** وان كانا كذلك،

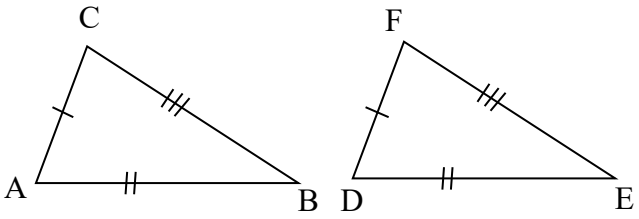
سجّلوا **<u>نظرية التطابق</u>** واشرح.

إذا تطابق المثلثين أكمل:

$AB =$ _____ ، $AC =$ _____

نظرية التطابق: ضلع، ضلع، ضلع

تطابق حسب ضلع، ضلع، ضلع (ض.ض.ض.): إذا تساوت ثلاثة أضلاع في مثلّث مع ثلاث أضلاع في مثلّث آخر، فأنّ المثلثين متطابقين.



بكتابة رياضية:-

AB = DE (معطى)

AC = DF (معطى)

BC = EF (معطى)

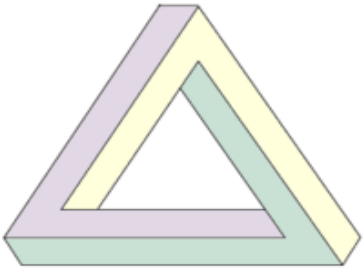
$\Downarrow$

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ حسب نظرية التطابق (**ض.ض.ض**).

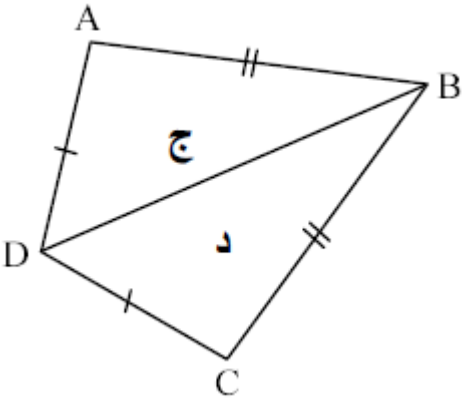
نتج من التطابق: $\sphericalangle E = \sphericalangle F$ ، $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ ، $\sphericalangle B = \sphericalangle D$

ملاحظة: في مثلّثات متطابقة تقابل أضلاعًا متساوية زوايا متساوية وتقابل زوايا متساوية أضلاعا متساوية.

https://sites.google.com/site/mathamakimtavor/zelazelazela



1) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ض. ض. ض**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

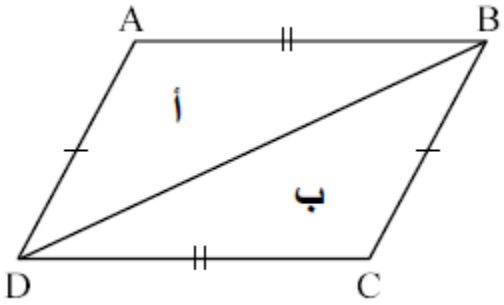
_____

_____

_____

---

2) المثلثات متطابقان حسب نظرية **ض. ض. ض**.



أ- سجّل **المتساويات الثلاث** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

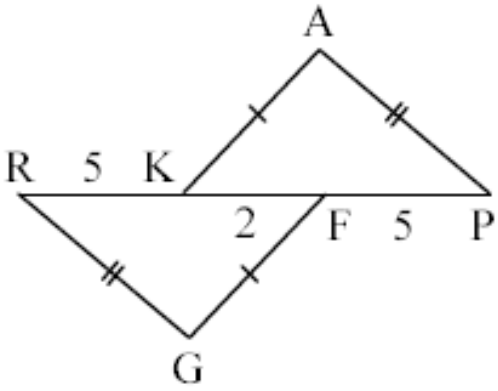
ب- سجّل **التطابق بالتلاؤم**: _____

ج- سجّل **المتساويات الثلاث الاضافية** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____



3) هل: $\Delta AKP \cong \Delta GFR$ ؟

سجّل حسب أي نظرية تطابق؟

أ- سجّل **<u>المتساويات الثلاث</u>** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل التطابق بالتلاؤم: _____

ج- سجّل المتساويات الثلاث الاضافية الناتجة عن تطابق المثلثين: -

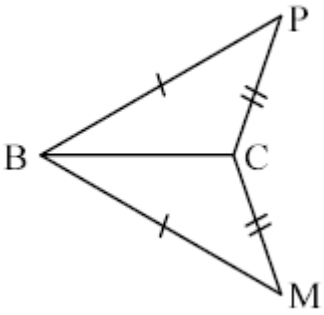
_____

_____

_____

---

4) هل: $\Delta PBC \cong \Delta MBC$ ؟



أ- سجّل **<u>المتساويات الثلاث</u>** المشار اليها في الرسم.

_____

_____

_____

ب- سجّل **<u>التطابق بالتلاؤم</u>**: _____

ج- سجّل **<u>المتساويات الثلاث الاضافية</u>** الناتجة عن تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

كتابة برهان رسمي في الهندسة

الخطوات لكتابة البرهان الرسمي هي: -

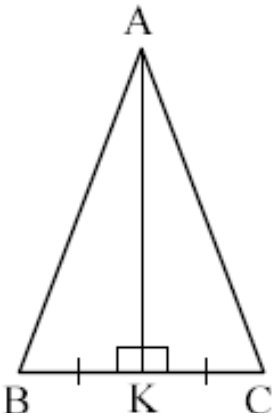
أ- كتابة المعطيات بصياغة رياضية

ب- بجانب المعطى، ترسم الرسم المناسب ونعيّن عليه المعطيات

ج- كتابة ما يجب برهانه (نكتب **المطلوب برهانه**)

د- نكتب البرهان مع تفسير كلامي

هـ- نكتب في النهاية "**وهو المطلوب برهانه**"



المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (**اكتب المتساويات بالتلاؤم**)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

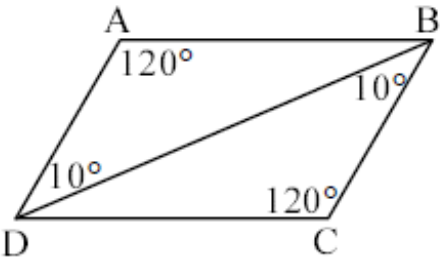
ماذا ينتج من تطابق المثلثين: –

_____

_____

_____

1) أ- هل يوجد **مثلثات متطابقة**؟ **برهن**



المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

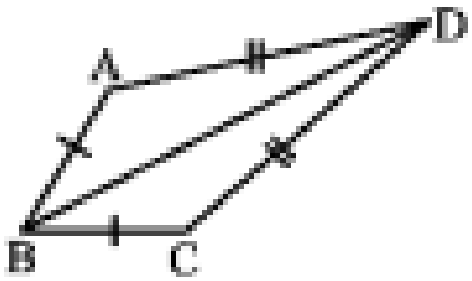
ب- سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

2) أ- برهن أن مثلث ABD يطابق مثلث CBD



المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

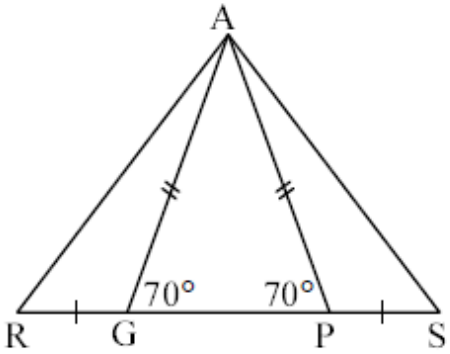
ب- سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

3) أ- برهن أن مثلث AGR يطابق مثلث APS



المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

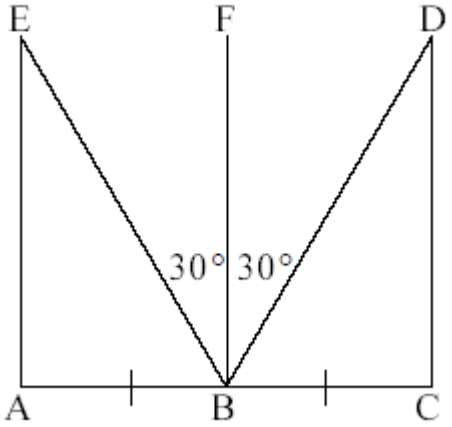
ب- سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

4) أ- في الرسم الذي أمامك القطع EA, FB, DC تُعامد AC.



برهن أن مثلث EAB يطابق مثلث DCB

المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

ب- سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

5) برهن أن **مثلث ABE يطابق مثلث ACD**

المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

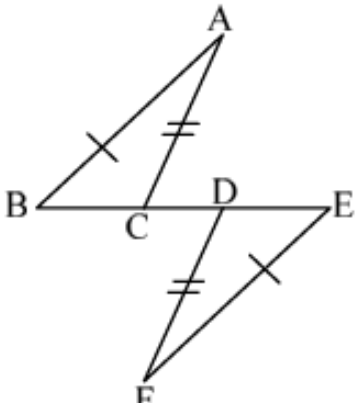
ب- سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: -

_____

_____

_____

6) أ- برهن أن مثلث ABC يطابق مثلث FED



المعطى: $AB = EF$ ، $AC = FD$ ، $BD = EC$

النقطتان C و D تقعان على القطعة BE.

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (<u>اكتب المتساويات بالتلاؤم</u>)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

ب- سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: -

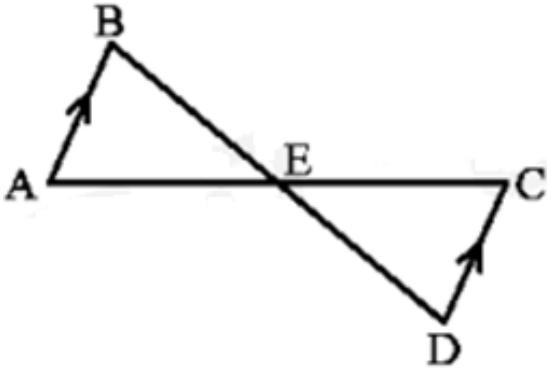
_____

_____

_____

7) النقاط B , E , D تقع على مستقيم واحد

النقاط A , E , C تقع على مستقيم واحد



$AB=CD$ ، $\mathbf{AB \parallel CD}$

برهن أن: $\mathbf{\Delta ABE \cong \Delta CDE}$

المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

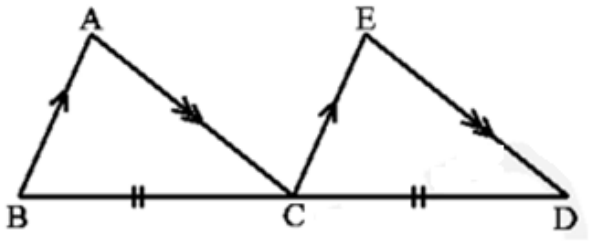
_____

_____

وهو المطلوب

** **سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: –**

8) النقاط B, C, D تقع على مستقيم واحد



$AB \parallel EC$, $AC \parallel ED$

$BC = CD$

برهن أن: $\Delta ABC \cong \Delta ECD$

المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (اكتب المتساويات بالتلاؤم)

_____

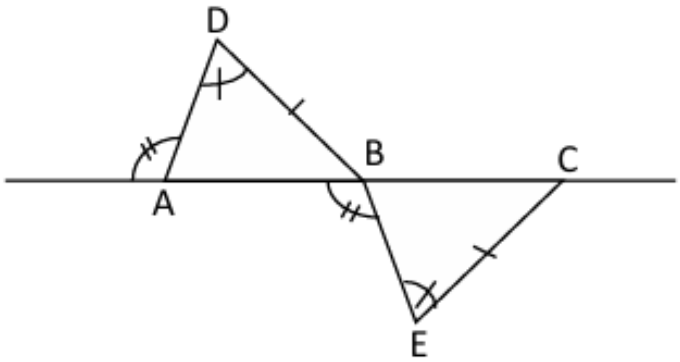
_____

_____

** **سجّل ماذا ينتج من تطابق المثلثين: –**

وهو المطلوب

9) النقاط $A,\ B,\ C$ تقع على مستقيم واحد.



برهن أن: $\Delta ADB \cong \Delta BEC$

المعطى:

المطلوب برهانه: _____

البرهان: (<u>اكتب المتساويات بالتلاؤم</u>)

_____

_____

_____

وهو المطلوب

** سجّل **ماذا ينتج من تطابق المثلثين: –**